



Γιάννης Μιχαηλίδης, 1982.

Παγιδευμένο φως ή παγιδευμένη σκέψη;

«Μια μαύρη οπή είναι ένα άστρο με τεράστια μάζα που έχει αυτοκαταρρεύσει λόγω της μεγάλης βαρύτητας καταλήγοντας σε μια σημερινή ανωμαλία —φαινόμενο αντίστροφο του Big Bang. Σύμφωνα με το φυσικό T. Damour, αυτή η ανωμαλία θα μπορούσε να προκαλέσει Big Bang και να δημιουργήσει ένα καινούριο σύμπαν. Το σύμπαν μέσα στο οποίο βρίσκομαστε προέκυψε πιθανώς μ' αυτό τον τρόπο από μια μαύρη τρύπα μέσα σε ένα προηγούμενο σύμπαν».

«Science et Vie», no 978, Mars 1999, p. 60

Όλοι όσοι διαβάζουν τα εκλαϊκευτικά άρθρα των εφημερίδων και των περιοδικών συναντούν συχνά τέτοιου είδους παραδοξολογίες, οι οποίες εμφανίζονται ως τεκμηριωμένα επιστημονικά συμπεράσματα. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι οι μαύρες οπές παίζουν πρωταρχικό ρόλο σ' αυτά τα δημοσιεύματα. Εντάσσονται μέσα σ' ένα επιστημονικό-φιλοσοφικό σχήμα που επιχειρεί να θεμελιώσει μια καινούρια ιδεολογία αναφορικά με τα μεγάλα και αναπάντητα ερωτήματα του ανθρώπου για το σύμπαν στο σύνολό του. Οι μαύρες οπές και το Big Bang είναι οι δινοί βασικοί στυλοβάτες αυτής της επιστημονικο-φιλοσοφικής θεωρησης του σύμπαντος σύμφωνα με τις απόψεις της πλειοψηφίας των αστροφυσικών στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα. Έχουν μεταξύ τους τόσο στενή σχέση ώστε η αναίρεση ή ακόμα η αμφισβήτηση της μιας από τις δυο θεωρίες κλονίζει ανεπανόρθωτα και την άλλη. Αυτό εξηγεί την επιμονή των αστροφυσικών να τις εμφανίζουν από κοινού. Όπως γράφει ο Ρώσος αστροφυσικός Novikov στο βιβλίο του «Οι μαύρες οπές και το σύμπαν»:

«Γιατί περιγράφουμε τις μαύρες οπές και το σύμπαν ως σύνολο μέσα σ' ένα μόνο βιβλίο; Τι κοινό έχουν; Η απάντηση μπορεί να δοθεί με μια πολύ μικρή φράση: Από την πλευρά της φυσικής, το κοινό χαρακτηριστικό του σύμπαντος και της μαύρης οπής είναι το πανίσχυρο βαρυτικό πεδίο... Η πικνότητα της ύλης του σύμπαντος στο πολύ μακρινό παρελθόν ήταν κολοσσαία... Η κατάσταση αυτή θεωρήθηκε μοναδική και είναι γνωστή με τον όρο μοναδικότητα. Απ' την άλλη μεριά, μια μοναδικότητα αναπτύσσεται αναπτόφειντα μέσα σε μια μαύρη οπή. Για τούτο μια μαύρη οπή μπορεί να θεωρηθεί σαν εργαστήρι ήπου διαμορφώνεται σε μικρή κλίμακα το παρελθόν του σύμπαντος».

Αλλά τι είναι μια μαύρη οπή; Ο αλλόκοτος αυτός όρος, μετάφραση του black hole, επινοήθηκε για εντυπωσιακού λόγους από τον Αμερικανό J. Wheeler. Σύμφωνα με την καθιερωμένη θεωρία, ένα άστρο μετατρέπεται σε μαύρη οπή όταν συρρικνωθεί αρκετά ώστε η ακτίνα του να φτάσει μια κριτική τιμή που λέγεται βαρυτική ακτίνα (για τον ήλιο π.χ., η βαρυτική ακτίνα είναι 3 χιλιόμετρα). Όταν η ακτίνα φτάσει σ' αυτή την τιμή, μας λένε ότι το άστρο υφίσταται μια απότομη καταστροφική συμπίεση, με συνέπεια όλη του η μάζα να καταρρεύει στο κέντρο με ταχύτητα που ξεπερνάει την ταχύτητα του φωτός. Αλλά η σφαιρική επιφάνεια που έχει ως ακτίνα τη βαρυτική ακτίνα, επιφάνεια που ονομάζεται ορίζοντας, παρ' όλο που βρίσκεται στο κενό και δεν έχει υλική ύπαρξη, μας λένε ότι επενεργεί ως διά μαγείας στα βαρυτικά φαινόμενα: Επιτρέπει την είσοδο, αλλά απαγορεύει την έξοδο. Αποτελεί ένα αδιαπέραστο φράγμα που δεν αφήνει τίποτε να βγει έξω. Ακόμα και οι ακτινοβολίες είναι παγιδευμένες από τον ορίζοντα που δεν αφήνει πια το φως να διαφύγει. Άλλα η μαύρη οπή, δηλ. η περιοχή που περιορίζεται από τον ορίζοντα, παρουσιάζει και άλλες παράξενες ιδιότητες. Όπως γράφει ο Novikov:

«Οι ιδιότητες του χώρου και του χρόνου αλλάζουν με τον πιο ανιγματικό τρόπο στο εσωτερικό της μαύρης οπής. Περιδινούνται σχηματίζοντας ένας είδος χωνιού...»

Ακόμα πιο εκτλητικοί είναι οι ισχυρισμοί του T. Domour:

«Στο κέντρο μιας μαύρης οπής δεν υπάρχει ένα σημείο, αλλά ένας άπειρος χώρος. Σ' αυτό το χώρο ο χρόνος σταματά σε κάθε σημείο. Πραγματοποιείται ένα big crunch, δηλαδή μια συστολή όλου του χώρου, φαινόμενο αντίστροφο του Big Bang απ' όπου προέκυψε το σύμπαν.»

Είναι δύσκολο να συναντήσει κανείς τέτοιες αφηγήσεις ακόμα και σε μυθιστόρημα επιστημονικής φαντασίας. Και επομένως είναι φυσικό κάθε αναγνώστης να διερωτάται: Από πού μπορούν να προκύψουν τέτοια συμπεράσματα;

Μια ανάλυση ιστορική και μαθηματική της θεωρίας των μαύρων οπών αποδεικνύει ότι όλες οι παραδοξολογίες που αναφέραμε, και άλλες που δεν αναφέραμε, προέρχονται από μια σειρά παραβάσεων μαθηματικών αρχών και ιδίως τοπολογικών αρχών, που παρεισέφρησαν σιωπηρά από την αρχή της γενικής σχετικότητας στην αναζήτηση λύσεων των εξισώσεων της θεωρίας. Αυτό το φαινόμενο δεν πρέπει να μας παραξενεύει, γιατί την εποχή που εμφανίστηκε η γενική σχετικότητα, δηλ. το 1915, διάφορες μαθηματικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την αυστηρή μαθηματική της διατύπωση δεν είχαν ακόμα διευκρινιστεί. Στα πλαίσια ενός εκλαίξευτικού άρθρου δεν είναι βέβαια δυνατή μια εμπεριστατωμένη μαθηματική ανάλυση των παρανοήσεων που προέκυψαν και οι οποίες διαμόρφωσαν στην πορεία ένα δογματικό σύνολο ιδεών που εμποδίζει κάθε κριτική και κάθε προσπάθεια ανανέωσης της θεωρίας. Μπορούμε όμως να επισημάνουμε δύο βασικά σημεία που εξηγούν τις αποτυχημένες προσπάθειες του Γερμανού Schwarzschild και του Ολλανδού Drostε να προσδιορίσουν το βαρυτικό πεδίο ενός υλικού σημείου στα πλαίσια της γενικής σχετικότητας.

Το πρώτο ολίσθημα είναι η υπόθεση αυτή καθ' εαυτή ότι ένας τέτοιος προσδιορισμός είναι δυνατός. Στην κλασική θεωρία του Newton ταυτοποιούμε το βαρυτικό πεδίο μιας σφαιρικής κατανομής ύλης με το υποθετικό βαρυτικό πεδίο του κέντρου όπου θεωρούμε

συγκεντρωμένη όλη τη μάζα. Αλλά αυτή η τελευταία υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη την έκταση και την πυκνότητα της δοσμένης κατανομής ύλης. Στην πραγματικότητα δεν πρόκειται λοιπόν για το βαρυτικό πεδίο ενός υλικού σημείου, αλλά για το βαρυτικό πεδίο μιας σφαιρικής μάζας, το οποίο υπολογίζεται μ' έναν απλοποιημένο τύπο, όπου φαινομενικά μόνο δεν παρεμβαίνει η έκταση της σφαίρας. Άλλωστε η ισχύς του νόμου του Newton αφισθητήθηκε κατά καιρούς για τις μικρές αποστάσεις. Ο Poincaré παρατηρούσε ήδη ότι:

«Είναι δύσκολο να μην υποθέσουμε ότι ο αιηθινός νόμος περιέχει συμπληρωματικούς όρους που γίνονται αισθητοί στις μικρές αποστάσεις. Αν στην αστρονομία είναι αιμελητέοι, αυτό οφείλεται αποκλειστικά στις γιγαντιαίες αποστάσεις που παρεμβαίνουν στην ουράνια μηχανική».

Όταν επιχειρούμε έναν ακριβέστερο προσδιορισμό με βάση τη γενική σχετικότητα, είναι λοιπόν φυσικό να ξεκινούμε με τον προσδιορισμό του βαρυτικού πεδίου μιας σφαιρικής μάζας. Το ερώτημα, αν αυτό μπορεί να ταυτιστεί λογιστικά με ένα υποθετικό βαρυτικό πεδίο του κέντρου, δεν μπορεί παρά να εξεταστεί εκ των υστέρων. Και η απάντηση δε θα είναι κατ' ανάγκην καταφατική.

Το δεύτερο ολίσθημα είναι η παραγνώριση ενός βασικού χαρακτηριστικού: Στη γενική σχετικότητα η δοσμένη ύλικη σφαίρα είναι ένα μη ευκλείδειο αντικείμενο. Πιο γενικά, όλες οι ομόκεντρες με αυτή σφαίρες είναι μη ευκλείδεια αντικείμενα. Βέβαια μια τέτοια σφαίρα προσδιορίζεται πάντα από το κέντρο της και την ακτίνα της, ας πούμε q , αλλά τα μήκη των μέγιστων κίγκλων της δεν είναι πλέον 2 π , όπως στην ευκλείδεια γεωμετρία, αλλά δίνονται από κάποια θετική συνάρτηση του q , ας πούμε $\varphi(q)$, που ζητάμε να την προσδιορίσουμε βάσει των εξισώσεων της θεωρίας. Η μόνη γνωστή εκ των προτέρων ιδιότητα της συνάρτησης αυτής είναι ότι μηδενίζεται τότε και μόνον τότε όταν $q=0$. Εν πάσῃ περιπτώσει, το πρωταρχικό, το γνωστό, δεδομένο είναι η ακτίνα q και η συνάρτηση $\varphi(q)$ είναι ένα άγνωστο ξητούμενο. Συνηθίζεται μάλιστα να θεωρούμε, αντί της συνάρτησης $\varphi(q)$, το πηλίκον

$$\sigma(q) = \frac{\Phi(q)}{2\pi}$$

που παριστάνει την ακτίνα καμπυλότητας των μέγιστων κίγκλων (και της σφαίρας).

O Schwagschild, o Drosté και σε συνέχεια όλοι όσοι ασχολήθηκαν με το θέμα εκτελούν ένα φαινομενικά αθώο, αλλά ανεπίτοεπτο μετασχηματισμό, ο οποίος εξαλείφει από τις εξισώσεις την ακτίνα q και εισάγει ως γνωστό μέγεθος την άγνωστη ακτίνα καμπυλότητας. Οι σφαίρες εισάγονται λοιπόν στους υπολογισμούς χωρίς ακτίνες. Επιτέλον, το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται είναι ελλιπές και δεν επιτρέπει τον προσδιορισμό των συντεταγμένων του κέντρου. Οι σφαίρες, και ειδικά η ύλικη σφαίρα που θέλουμε να προσδιορίσουμε το βαρυτικό της πεδίο, δεν έχουν ούτε κέντρο ούτε ακτίνα, είναι ανύπαρκτες στη διατύπωση του προβλήματος.

Οι αρχιτέκτονες της θεωρίας των μαύρων οπών, για να δικαιολογήσουν αυτή την τραγγελαφική κατάσταση, προβάλλουν ισχυρισμούς που ακόμα και ένας μαθητής λυκείου μπορεί εύκολα να ανασκευάσει. Ετσι ο Novikov στο βιβλίο του «Οι μαύρες οπές και το σύμπαν» γράφει:

«Στη συνηθισμένη γεωμετρία υπάρχουν δύο τρόποι να προσδιορίσουμε την ακτίνα: πρώτον, ως απόσταση των σημείων της κυκλικής περιφέρειας από το κέντρο και, δεύτερον, ως το χλάσμα του μήκους της κυκλικής περιφέρειας διά του 2π. Ως αποτέλεσμα της καμπυλότητας του χώρου, οι δύο αυτοί τρόποι δε συμπίπτουν στη μη ευκλείδεια γεωμετρία. Ο δεύτερος τρόπος είναι ευκολότερος... Γι' αυτό το λόγο θα αναφέρουμε πάντα ως ακτίνα το μήκος του κύκλου διαιρεμένο διά του 2π».

Με άλλα λόγια ο Novikov μας προτείνει να αρνηθούμε τις βασικές αρχές στις οποίες θεμελιώνεται η γεωμετρία. Να μετρήσουμε πρώτα την περιφέρεια ενός κύκλου και ύστερα να του αποδώσουμε κάποια ακτίνα. Άλλα πώς ξέρουμε ότι πρόκειται για την περιφέρεια ενός κύκλου; Σε όλες τις γεωμετρίες, η περιφέρεια κύκλου ορίζεται από το κέντρο της και την ακτίνα της. Η ακτίνα είναι πάντοτε ένα πρωταρχικό δεδομένο.

Έτσι λοιπόν το άγνωστο μέγεθος σ(ρ) θεωρήθηκε γνωστό. Στα διάφορα άρθρα συμβολίζεται με το λατινικό γράμμα r και του αποδόθηκαν διάφορες σημασίες (ακτινική συντεταγμένη, απόσταση, ακόμα και χρονική συντεταγμένη μέσα στις μαύρες οπές), χωρίς να έχει καμιά απ' αυτές!

Η εννοιολογική σύγχυση επιτάθηκε και γι' άλλους λόγους που δεν μπορούν να αναλυθούν στο παρόν άρθρο, λόγους που σχετίζονται με βασικά μαθηματικά στοιχεία απαραίτητα για τη διατύπωση της γενικής σχετικότητας. Μέσα σ' αυτό το πλαίσιο εμφανίστηκαν οι πρώτες λύσεις των εξισώσεων της θεωρίας, η λύση του Schwarzschild και η λύση του Droste.

Ο Schwarzschild πιστεύει ότι προσδιόρισε το βαρυτικό πεδίο ενός υλικού σημείου, αλλά αυτό το σημείο δεν εμφανίζεται ποτέ. Αν κανείς επιμένει να αποδώσει φυσική έννοια στη λύση του Schwarzschild, στην καλύτερη περίπτωση θα συμπεράνει ότι πρόκειται για το βαρυτικό πεδίο μιας επιφανειακής διανομής ύλης πάνω στην επιφάνεια μιας σφαίρας χωρίς κέντρο! Η λύση του Schwarzschild, παρ' όλο που ανακοινώθηκε από τον Einstein στην ακαδημία του Βερολίνου, δεν επέζησε για μεγάλο διάστημα. Εγκαταλείφθηκε οριστικά ύστερα από πολλές συζητήσεις και ιδίως ύστερα από την κριτική του Hilbert. Όμως, κατά περίεργο και ανεξήγητο τρόπο, το όνομα του Schwarzschild περιεβλήθηκε με ένα μύθο που συνδιάστηκε αργότερα με τη θεωρία των μαύρων οπών, παρ' όλο που η λύση του Schwarzschild, όπως σωστά παρατήρησε ο L. Abram, αποκλείει την ύπαρξη μαύρων οπών!

Η λύση του Droste είναι αυτή που, ύστερα από μια πρωτοφανή παραχάραξη των ιστορικών δεδομένων, ονομάστηκε λύση του Schwarzschild. Εμφανίζει τον περίφημο ορίζοντα και καθιστά αδύνατο τον προσδιορισμό της θέσης του υλικού σημείου του οποίου, καθ' υπόθεση, παριστάνει το βαρυτικό πεδίο.

Ο Droste συνειδητοποίησε τις λογικές δυσκολίες της λύσης του, αλλά, καθώς ήταν δεσμοίς της ιδέας του υλικού σημείου, δεν μπόρεσε να ερμηνεύσει την παρουσία του ορίζοντα. Τόνισε πάντως ότι δεν παίρνει υπόψη τη λύση στο εσωτερικό του ορίζοντα.

Ο ορίζοντας εισάγει στη λύση μια ασυνέχεια που ενοχλεί τους ειδικούς από την πρώτη στιγμή. Ειδικά ο Einstein επιχειρεί κατ' επανάληψη να βρει άλλη λύση απαλλαγμένη από ασυνέχειες, αλλά χωρίς επιτυχία, καθώς μένει πάντα αιχμάλωτος των παραδοχών που είχαν ήδη καθιερωθεί. Σ' αυτές τις συνθήκες διαμορφώνεται, ξεκινώντας από τον Eddington, ένας γενικός προσανατολισμός για την απαλοιφή της ασυνέχειας μέσω ανεπίτρεπτων μαθηματικών μετασχηματισμών που οδηγούν σε παρανοϊκές αντιλήψεις. Έτσι ο Kruskal μας

προτείνει να πιστέψουμε ότι το υλικό σημείο καλύπτει τους δυο κλάδους μιας υπερβολής και ότι ξούμε σ' έναν κόσμο αποτελούμενο από δυο ξεχωριστούς ημι-κυλίνδρους τριών διαστάσεων. Ωστόσο οι ιδέες του Kruskal θεωρούνται βασικές και απαραίτητες στη θεωρία των μαύρων οπών. Οι αστροφυσικοί επιμένουν σ' αυτές γιατί θέλουν πάση θυσία να συνδέσουν τη θεωρία των μαύρων οπών με τη θεωρία της βαρυτικής κατάρρευσης, σύμφωνα με την οποία, κάτω από ορισμένες συνθήκες, ένα άστρο αποσταθεροποιείται και δεν μπορεί να προβάλλει αντίσταση στο βαρυτικό του πεδίο. Υπάρχουν βέβαια και μερικοί επιστήμονες που βλέπουν το όλο θέμα με ρεαλιστικό τρόπο. Έτσι ο Jean-Pierre Petit του αστεροσκοπίου της Μασσαλίας γράφει:

«Η λύση του Schwarzschild (διάβαζε: του Droste) περιγράφει έναν κόσμο χενό όπου δεν υπάρχει ούτε ύλη ούτε ενέργεια. Χωρίς την παραμικρή ενόχληση, οι θεωρητικοί επιχειρούν να περιγράψουν με αυτή τη συμπεριφορά ενός αντικειμένου πελώφιας πικνότητας... Η μαύρη οπή συνίσταται λοιπόν στο να περιγράψουμε ένα υπέρτινο αντικείμενο από τη λύση μιας εξίσωσης που αναφέρεται σ' ένα χενό σύμπαν! Όλοι οι μαθηματικοί το ξέφοιν, αλλά οι ειδικοί της κοσμολογίας αποφεύγουν να το λένε μεγαλοφώνως... Το μοντέλο είναι ατελές, με την έννοια ότι δεν υπάρχει θεωρητικό σήμα που να περιγράφει το σχηματισμό τέτοιων αντικειμένων. Κανείς δεν ξέρει να περιγράφει μαθηματικά τη διαδικασία της κατάρρευσης ενός αποσταθεροποιημένου αστέρα νετρονίων».

Δεν έχουμε βέβαια την πρόθεση να προβούμε σε μια κριτική της θεωρίας της βαρυτικής κατάρρευσης —που πάντα μένει ατλώς μια θεωρία— αλλά θελήσαμε να δώσουμε τη γνώμη ενός ειδικού πάνω στο θέμα αυτό. Άλλωστε οι αστροφυσικοί δεν ισχυρίζονται ότι η θεωρία της βαρυτικής κατάρρευσης έχει ως συνέπεια τη θεωρία των μαύρων οπών. Αντιθέτως, λένε ότι οι μαύρες οπές προβλέπονται τελείως θεωρητικά από τη γενική σχετικότητα και ότι εξηγούν εκ των υστέρων τη διαδικασία της βαρυτικής κατάρρευσης.

Προβλέπονται οι μαύρες οπές από τη θεωρία της γενικής σχετικότητας:

Είναι το τελευταίο ερώτημα στο οποίο θα απαντήσουμε. Η απάντηση προκύπτει από μια επανεξέταση του όλου θέματος απαλλαγμένη από τα λάθη των κλασικών λύσεων.

Θεωρούμε λοιπόν μια υλική (τλήρη) σφαίρα ακτίνας q_1 και μάζας m , και ξητούμε να προσδιορίσουμε το βαρυτικό πεδίο στο εξωτερικό της, δηλαδή για αποστάσεις Q από το κέντρο μεγαλύτερες ή ίσες του q_1 . Δε βάζουμε εκ των προτέρων κανέναν περιορισμό. Δεν ισχυρίζόμαστε ότι θα βρούμε το βαρυτικό πεδίο του κέντρου όπου θεωρούμε συγκεντρωμένη όλη τη μάζα, γιατί δεν ξέρουμε αν η λύση το επιτρέπει. Παράλληλα δεν ξέρουμε ότι οι σφαίρες μας είναι μη ευκλείδεις σφαίρες και ότι επομένως η ακτίνα καμπυλότητάς τους σ(Q) δεν πρέπει να συγχέεται με την ακτίνα τους q_1 .

Οι εξισώσεις της θεωρίας μας δίνουν τη δυνατότητα να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση $σ(Q)$ και σε συνέχεια όλα τα χαρακτηριστικά του βαρυτικού πεδίου, αλλά δεν είναι δινατό να αναπτύξουμε τους υπολογισμούς που απαιτούνται στα πλαίσια του παρόντος άρθρου. Θα περιοριστούμε λοιπόν να αναφέρουμε ένα βασικό και απλό αποτέλεσμα.

Η θετική σταθερά

$$2\mu = \frac{2k_m}{c^2}$$

(k = σταθερά του Newton, c = ταχύτητα του φωτός)

που υπάρχει στη λύση του Drostε και που είχε ονομαστεί βαρυτική ακτίνα, εμφανίζεται και στη νέα, στη σωστή, λύση. Βέβαια ξέρουμε ότι ο όρος βαρυτική ακτίνα είναι λανθασμένος, διότι δεν πρόκειται για ακτίνα. Η πραγματική σημασία της σταθεράς 2μ διευκρινίζεται τώρα με τη σωστή λύση, η οποία επιβάλλει την ανισότητα

$$\sigma(Q) > 2\mu$$

για κάθε $Q \geq Q_1$. Θα έχουμε λοιπόν ιδιαίτερα

$$\sigma(Q_1) > 2\mu$$

και, επειδή η συνάρτηση $\sigma(Q)$ μηδενίζεται μόνο όταν $Q = v$, συμπεράίνουμε ότι $Q_1 > 0$. Η ακτίνα της υλικής σφαίρας μας είναι λοιπόν πάντα θετική, μη μηδενική, πράγμα που σημαίνει ότι η σφαίρα δεν μπορεί να αναχθεί σε σημείο.

Η κλασική και η κβαντική μηχανική χρησιμοποιούν ευρύτατα την έννοια του υλικού σημείου, παρά τις αντιθέσεις οι οποίες τη συνθέτουν και οι οποίες αποτελούν πρόκληση για την ανθρώπινη σκέψη. Διαπιστώνουμε τώρα ότι η γενική σχετικότητα είναι η πρώτη φυσική θεωρία που μας απαλλάσσει από την αντιφατική έννοια του υλικού σημείου. Αυτό το αποτέλεσμα δεν ανακούφιζε μόνο τη σκέψη μου, αλλά οδηγεί και σε σημαντικά συμπεράσματα:

Πρώτον, η τιμή 2μ δεν ορίζει κανέναν ορίζοντα, αλλά είναι το (απρόσιτο) κατώτερο πέρας των τιμών της ακτίνας καμπυλότητας της σφαίρας που περικλείνει τη θεωρούμενη μάζα m .

Δεύτερον, η επ' άπειρον συρρίκνιωση μιας υλικής μάζας είναι αδύνατη, πράγμα που συμφωνεί με το διαισθητικό ισχυρισμό που είχε διατυπώσει ο Einstein.

Τρίτον, η γενική σχετικότητα όχι μόνο δεν προβλέπει τις μαύρες οπές, αλλά οητά αποκλείει το σχηματισμό τους.

Οι αστροφυσικοί επινόησαν τη μαύρη οπή σαν ένα υποθετικό αντικείμενο που παγιδεύει το φως. Στην πραγματικότητα η μαύρη οπή είναι ένας μύθος που παγιδεύει, επί σειρά δεκαετιών, την ανθρώπινη σκέψη.

Βιβλιογραφία

- L.S. Abrams, Alternative space-time for the point mass, *Phys. Rev.*, vol. 20, no 10, 2474-2472, 15 November 1979.
 L. Brilovin, *Relativity Reexamined*, Academic Press, New York, San Francisco, London, 1970.
 J. Drosté, Het van een enkel Centrum in Einstein's theorie der zwaartekracht en de beweging van een stoffelijk punt in dat veld, *Versl. gewone Vergad. Akad. Amst.* 25, 163-180, 1916 (Το πεδίο ενός μεμονωμένου κέντρου στη θεωρία της βαρύτητας του Einstein, και η κίνηση ενός σωματιδίου σ' αυτό το πεδίο, *Πρακτικά της Ακαδημίας των Επιστημών του Amsterdam*).
 D. Hilbert, *Grundlagen der Physik: Zweite Mitteilung*, Göttingen Nach., 53-76, 1917.
 I. Novikov, *Οι μαύρες τρύπες και το σύμπαν, μετάφραση από τα ρώσικα, εκδόσεις Κωσταράκη*, 1992, Αθήνα.
 J.P. Petit, *On a perdu la moitié de l'univers*, Edition Albin Michel, S.A., 1997, Paris.
 K. Schwarzschild, *Über der Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie*, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Phys.-Math.*, Kl. 1, 424, 189-196, 1916.
 N. Stavroulakis, A Statical Smooth Extension of Schwarzschild's Metric, *Lettere al Nuovo Cimento*, 26 Ottobre 1974, Serie 2, Vol. 11, 427-430.
 N. Stavroulakis, Paramètres cachés dans les potentiel des champs statiques, *Annales de la Fondation L. de Broglie*, vol. 6, no 4, 1981, 287-324.
 N. Stavroulakis, Mathématiques et thèmes noirs, *Gazette des mathématiciens*, no 31, 119-132, Juillet 1986.