



Wassily Kandinsky, *Μυρρές χαρές*, 1913

Μαθηματικά, ύλη και νόηση*

Σκέψεις με αφορμή το βιβλίο:

Jean-Pierre Changeux και Alain Connes, *Τα Μαθηματικά και ο Εγκέφαλος*, μετ. και επιμ. Ανδρέας Ι. Κασσέτας, Στράτος Μάκρας και Σπύρος Μανουσέλης, Εκδόσεις Κάτοπτρο, Αθήνα, 2002 [1995]

Εχουν τα Μαθηματικά μια αυτοτελή ύπαρξη, ανεξάρτητη από εκείνη του φυσικού κόσμου; Οι μαθηματικοί ανακαλύπτουν τα θεωρήματα, αντί να τα επινοούν; Τέτοια ερωτήματα έχουν απασχολήσει τη φιλοσοφική σκέψη από την εποχή του Πλάτωνα και η διερεύνησή τους εξακολουθεί να αποτελεί κεντρικό πρόβλημα ακόμη και για τη σύγχρονη Φιλοσοφία των Μαθηματικών¹.

Εκείνο, όμως, που καθιστά πρωτότυπο και επίκαιρο αυτό το βιβλίο είναι το ότι καταγράφει ένα διάλογο ανάμεσα σε έναν μαθηματικό, τον Alain Connes, και έναν βιολόγο, τον Jean-Pierre Changeux. Πράγματι, το πρωτότυπο εντοπίζεται στο ότι, κατά κανόνα, οι μέχρι πρόσφατα προσελθόντες σε τέτοιους διαλόγους ήσαν φιλόσοφοι ή μαθηματικοί, ενώ το επίκαιρο συνίσταται στο γεγονός ότι η βιολογία, χάρις στην κατατληκτική πρόοδο που σημειώνει κατά τα τελευταία έτη, μπορεί να συνεισφέρει, για πρώτη φορά τόσο αποφασιστικά, στη σχετική συζήτηση, μέσα από μια, ούτως ειπείν, «υλιστική» προσέγγιση του ζητήματος.

Ο καθένας από τους συγγραφείς αποτελεί παγκόσμια αυθεντία στον τομέα του, ενώ και οι δύο είναι καθηγητές στο Collège de France, στο Παρίσι.

Ο Connes τιμήθηκε μάλιστα με το μετάλλιο Fields, την ανώτατη διάκριση για έναν μαθηματικό, το έτος 1982, ενώ μεταξύ των συγγραμμάτων του περιλαμβάνεται το σημαντικό έργο *Noncommutative Geometry*² (*Μη Αντιμεταθετική Γεωμετρία*). Ο Changeux, πάλι, είναι γνωστός στους Έλληνες αναγνώστες από το μεταφρασμένο και στα ελληνικά κλασικό έργο του *Ο νευρωνικός άνθρωπος*³. Το βιβλίο αυτό είχε διαβάσει ο Connes και, επειδή το βρήκε εξαιρετικά ενδιαφέρον, αποφάσισε να επιχειρήσει έναν ουσιαστικό διάλογο με το συγγραφέα του, με θέμα τη λειτουργική σχέση της δομής του ανθρώπινου εγκεφάλου και της δημιουργικής μαθηματικής δραστηριότητας. Η επιστημοσύνη και η ευριμάθεια των συνομιλητών συνετέλεσε ώστε το παραχθέν αποτέλεσμα να συνιστά μια υψηλότατου επιπέδου ανταλλαγή απόψεων, στηριγμένη σε πλήθος παραδειγμάτων από το χώρο των επιστημών τους και συνοδευόμενη από εκατέρωθεν επίκληση φιλοσοφικών επιχειρημάτων προς επίρρωση των θέσεών τους.

Ο Γιώργος Α. Ευαγγελόπουλος είναι υποψήφιος Διδάκτωρ.

* Ιδιαίτερες ευχαριστίες απευθύνονται στους Κωστή Κυβαίο και Νίκο Ταμπάκη για τις ουσιώδεις παρατηρήσεις τους στο κείμενό μου.

Ως νευροφυσιολόγος, ο Changeux ενδιαφέρεται ιδιαίτερα για τη δομή και την οργάνωση του εγκεφάλου. «Προκαλείται» από την ικανότητα του εγκεφάλου να αναπτύσσει και να συνδυάζει τις πολύπλοκες και αφηρημένες έννοιες που εμφανίζονται στα Μαθηματικά, και ο διάλογός του με τον Connepes είναι μια απόπειρα να συνεισφέρει τις γνώσεις της δικής του επιστήμης στην εξιχνίαση του «μυστηρίου» της μαθηματικής δραστηριότητας του ανθρώπινου νου.

Κατά τη γνώμη του Connepes, που είναι πλατωνιστής (αυτοαποκαλείται ρεαλιστής), υπάρχει μία «αρχέγονη και αιώνια μαθηματική πραγματικότητα», που αντιπροσωπεύεται από αντικείμενα, όπως οι ακέραιοι αριθμοί και οι κύκλοι, που υπάρχουν ανεξάρτητα από την εμπειρία και τον ανθρώπινο νου.

Ίσως προκαλεί εντύπωση η χρησιμοποίηση στην προηγηθείσα πρόταση της έννοιας του «αντικειμένου», δεδομένου ότι αυτή, στις πλέον συνήθεις χρήσεις της, ταυτίζεται με την έννοια του εμπειρικού αντικειμένου. Πρέπει όμως να δεχθούμε να την επεκτείνουμε και σε πράγματα αμιγώς νοητικού χαρακτήρα, όπως είναι, κατά τους πλατωνιστές (πιο γενικά, τους ρεαλιστές), τα αντικείμενα που συνιστούν τη «μαθηματική πραγματικότητα»⁴.

Όπως αναφέρεται από τον Connepes στο παρουσιαζόμενο βιβλίο, την πλατωνική θεώρηση της φύσης των Μαθηματικών φαίνεται να υιοθετεί και η NASA (National Aeronautics and Space Administration), εκτιμώντας ότι τα Μαθηματικά αποτελούν την καλύτερη κωδική γλώσσα για πιθανή επικοινωνία μας με εξωγήινη νοημοσύνη, η οποία δεν μπορεί παρά να «ανακαλύπτει» τα «μαθηματικά αντικείμενα» με τον ίδιο με εμάς τρόπο.

Είναι επίσης αλήθεια ότι οι περισσότεροι θεωρητικοί μαθηματικοί (pure mathematicians) που ασχολούνται με την έρευνα ασπάζονται, έστω και με αποχρώσεις διαφορές στις απόψεις τους, την πλατωνική θεώρηση. Ο K. Gödel, ο J. Hadamard, ο I.R. Shafarevitch και ο R. Penrose αναδεικνύουν, μέσα από τα έργα τους, ολοφάνερα αυτή τους την αντίληψη, και αρκετά συχνά γίνονται απίστευτα επινοητικοί όσον αφορά τα προβαλλόμενα επιχειρήματα υπέρ της ορθότητάς της⁵. Μάλιστα ο Penrose καταλήγει σε ακραίο πλατωνισμό, όταν «ανακηρύσσει» τις μαθηματικές οντότητες των twistors, τις οποίες ο ίδιος έχει επινοήσει προκειμένου να επιτύχει τη «σύζευξη» της γενικής σχετικότητας και της κβαντομηχανικής, σε πραγματικές, δηλαδή με φυσική υπόστασή⁶.

Φυσικά υπάρχουν και εκείνοι που ανήκουν σε διαφορετικές σχολές σκέψης, όπως ο Λογικισμός, ο Φορμαλισμός και ο Ιντουισιονισμός⁷.

Είναι όμως αξιοσημείωτο ότι η πλατωνική ή, αλλιώς, ρεαλιστική θεώρηση της φύσης των Μαθηματικών είναι λιγότερο δημοφιλής ανάμεσα στους φιλοσόφους⁸.

Αυτή η διάσταση απόψεων μεταξύ φιλοσόφων και μαθηματικών είναι μάλλον ευεξηγήτη. Οφείλεται, σύμφωνα με απάντηση του Κορνήλιου Καστοριάδη⁹ σε σχετική ερώτηση του γράφοντος, στην έλξη που ασκεί, στους μαθηματικούς που κάνουν έρευνα ή, κατά τον E. Wigner, «παράδοξη ή αναπάντεχη (unreasonable) αποτελεσματικότητα» των Μαθηματικών όσον αφορά την ικανότητά τους να περιγράφουν τη φυσική πραγματικότητα¹⁰.

Με τους βιολόγους όμως τα πράγματα είναι διαφορετικά. Η συζήτηση αλλάζει προσανατολισμό. Για τον Changeux το θέμα είναι ότι τα «μαθηματικά αντικείμενα» δεν μπορεί να είναι ανεξάρτητα από τον εγκέφαλο και την ανθρώπινη εμπειρία, αλλά πρέπει να αποτελούν απλώς προϊόν της εγκεφαλικής λειτουργίας. Με άλλα λόγια, η φυσιολογία του εγκεφάλου είναι, κατ' αυτόν, «υπεύθυνη» για τη μορφή των μαθηματικών μας κατασκευών.

Οι περισσότεροι μαθηματικοί δέχονται ότι το αντικείμενό τους έχει εξελιχθεί με την ανάπτυξη των παραδοσιακών κλάδων της αριθμητικής και της γεωμετρίας. Το περίτεχνο και εντυπωσιακό οικοδόμημα των Μαθηματικών έχει διπλά θεμέλια, και έτσι η φύση της «μαθηματικής πραγματικότητας» μπορεί να διερευνηθεί, εφόσον κανείς θέσει καίρια ερωτήματα όσον αφορά στους ακέραιους 1, 2, 3, ..., και την Ευκλείδεια Γεωμετρία των τριγώνων, των κύκλων, κ.λπ. Αυτός είναι ο μη συνειδητός, για τους περισσότερους μαθηματικούς, πλην όμως βασικός, λόγος έλξης τους προς τη ρεαλιστική (ακόμη και καθαρά πλατωνική) θεώρηση του αντικειμένου τους.

Εντούτοις, ο διάσημος μαθηματικός M. Atiyah (μετάλλιο Fields το 1966) διερωτάται: Πόσο μπορούμε να υπερασπιστούμε αυτή τη θεώρηση; Πράγματι, εάν το σύμπαν ήταν μονοδιάστατο ή ασυνεχές, θα ήταν δύσκολο να δούμε πως θα μπορούσε να είχε εξελιχθεί η Γεωμετρία. Ίσως, εκ πρώτης όψεως, να φαίνεται ότι με τους ακέραιους «στεκόμαστε» σε πιο στέρεο έδαφος και ότι η αρίθμηση είναι πραγματικά μια πρωταρχική, αρχέγονη έννοια. Όμως, ο Atiyah, σε μια ενδιαφέρουσα κριτική του για το παρόν βιβλίο¹¹, προτείνει δύο ωραία παραδείγματα για να «υποστηρίξει» ότι τα Μαθηματικά προέκυψαν από την ανθρώπινη εμπειρία:

«Ας φανταστούμε ότι η νοημοσύνη ανήκε όχι στο ανθρώπινο γένος, αλλά σε κάποια πελώρια μοναχική και απομονωμένη μέδουσα, βαθιά στον Ειρηνικό. Δεν θα είχε καμία επαφή με κάποια ιδιαίτερα αντικείμενα, παρόιμα μόνο με το νερό που την περιβάλλει. Η κίνηση, η θερμοκρασία και η πίεση παρέχουν τα βασικά αισθητήρια δεδομένα της. Σ' αυτό το καθαρό συνεχές, το διακριτό δεν θα εμφανιζόταν και δεν θα υπήρχε τίποτε για να μετρήσουμε.

Ακόμη πιο στοιχειώδες παράδειγμα είναι αυτό ενός καθαρά στατικού σύμπαντος, όπου δεν υπάρχει η έννοια του χρόνου, οπότε η αιτιότητα εξαφανίζεται και μαζί της κάθε λογική συνεπαγωγή ή μαθηματική απόδειξη. Ο Connes, πράγματι, αναφέρεται σ' αυτό το φιλοσοφικό δίλημμα, που ανακύπτει στο πλαίσιο της σχετικιστικής κοσμολογίας.

Θα μπορούσε κανείς να υποστηρίξει ότι δεν θα έπρεπε να παίρνουμε στα σοβαρά τέτοια «νοητικά σύμπαντα» (*gedanken universies*). Το δικό μας πραγματικό σύμπαν είναι ένα δεδομένο στοιχείο και αποτελεί αναπόφευκτη (δηλ. μη παρακάμφσιμη) αφετηρία για όλες τις συζητήσεις που μπορεί να έχουν νόημα. Αλλά αυτό είναι ισοδύναμο με την παραδοχή ότι τα Μαθηματικά προέκυψαν από την ανθρώπινη εμπειρία».

Ο Atiyah θεωρεί ότι ο άνθρωπος έχει δημιουργήσει τα Μαθηματικά, είτε «εξιδανικεύοντας» το φυσικό κόσμο είτε απομονώνοντας, χάρις στην αφαιρετική ικανότητα της σκέψης του, ορισμένες ιδιότητες των στοιχείων τα οποία συγκροτούν αυτό τον κόσμο.

Ο αριθμός 2, για παράδειγμα, αντιπροσωπεύει το κοινό χαρακτηριστικό γνώρισμα όλων των ζευγαριών αντικειμένων που έχουμε συναντήσει, με τον ίδιο τρόπο με τον οποίο η λέξη «καρέκλα» αντιπροσωπεύει το κοινό σημείο όλων των διαφορετικών επίπλων που χρησιμοποιούμε για να καθόμαστε. Ομολογουμένως οι καρέκλες δεν ορίζονται με τόση ακρίβεια και σαφήνεια, όπως οι αριθμοί: είναι καρέκλα ένα σκαμνί με τρία πόδια; Η γλώσσα είναι εκ φύσεως πιο ασαφής ή/και δέχεται περισσότερες πιθανές ερμηνείες, αλλά και τα Μαθηματικά μπορούν να θεωρηθούν ως ένα ιδιαίτερο είδος γλώσσας.

Ο Connes δεν δέχεται αυτή την άποψη, υποστηρίζοντας ότι υπάρχουν χιλιάδες γλώσσες που αντανακλούν την ιστορία και τον πολιτισμό ενός συγκεκριμένου λαού, ενώ τα Μαθη-

ματικά είναι παγκόσμια και μοναδικά. Τους δίνει όμως αυτό το γεγονός κάποια ξεχωριστή θέση; Ο Atiyah πιστεύει πως όχι, διότι «η ποικιλία των γλωσσών κρύβει μια θεμελιώδη ομοιότητα στη δομή, και αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο τα λεξικά μας βοηθούν να μεταφράσουμε». Σπείδω στο σημείο αυτό να προσθέσω, συμφωνώντας με τον Atiyah, ότι ο Connes φαίνεται να μην λαμβάνει υπ' όψιν την επανάσταση στη Γλωσσολογία που επέφερε ο Noam Chomsky¹², διαμορφώνοντας τις αρχές της γενετικής μετασχηματιστικής γραμματικής, μιας θεωρίας κατά την οποία η περιγραφή των γλωσσών πρέπει να βασίζεται σε θεωρητικό γραμματικό πρότυπο διαμορφωμένο σύμφωνα με τους κανόνες της τυπικής λογικής.

Επιπλέον, η γλώσσα δεν είναι απλά ένα σύνολο από λέξεις και γραμματικούς κανόνες για τη δημιουργία κατανοητών προτάσεων. Οι λέξεις σημαίνουν κάτι που έχει σχέση με τις εμπειρίες μας. Με παρόμοιο τρόπο μια μαθηματική πρόταση έχει κάποιο νόημα που βασίζεται στην εμπειρία μας.

Αντιπαρτιθέμενος στον πλατωνιστή Connes, ο Atiyah υποστηρίζει ότι τα Μαθηματικά δεν υπάρχουν σ' έναν προαιώνιο «κόσμο ιδεών και εννοιών», αλλά «ζουν» στη συλλογική συνείδηση του ανθρώπινου γένους. Δεν προβάλλει, όμως, κάποια δυσνόητη μεταφυσική ιδέα, αντιθέτως, στηρίζει την άποψή του σε δύο ουσιαστικά χαρακτηριστικά των Μαθηματικών. Το πρώτο έγκειται στο ότι αυτά αφορούν έννοιες και αφηρημένες διαδικασίες που «ζουν» και εκτυλίσσονται στο νου του μαθηματικού και αυτός ο νους έχει συνείδηση της ίδιας του της ύπαρξης. Το δεύτερο αφορά το γεγονός ότι για να υπάρξουν πρέπει να μεταδοθούν και σε άλλους μαθηματικούς. Ο διάσημος αυτοδίδακτος Ινδός μαθηματικός Ramanujan «παρήγαγε» καταπληκτικούς μαθηματικούς τύπους και θεωρήματα στη Θεωρία Αριθμών με κάποια άγνωστη νοητική διαδικασία, την οποία δεν θα μπορούσαμε ούτε να περιγράψουμε ούτε να επαναλάβουμε!

Περνώντας σε μια πρώτη κριτική των απόψεων του Changeux, παρατηρούμε ότι σ' αυτόν το διάλογό του με τον Connes βάλλει συνεχώς κατά του Πλατωνισμού. Ο Changeux θέλει να ταυτίσει τα Μαθηματικά με όσα συμβαίνουν στον εγκέφαλο. Κατά τη γνώμη του, αυτή είναι η μόνη πραγματικότητα και το μόνο μέρος όπου υπάρχουν Μαθηματικά. Ο Connes, από την άλλη, αμφισβητεί αυτή την ακραία στάση και υποστηρίζει ότι η μαθηματική πραγματικότητα, η οποία υπάρχει αλλού, «αντανάκλαται» απλώς στις νευρωνικές διαδικασίες του εγκεφάλου. Όπως εύστοχα παρατηρεί ο Atiyah, γενικεύοντας μια φράση του Connes για τον Σαίξπηρ, η οποιαδήποτε ασυνεννοησία των συγγραφέων του βιβλίου μοιάζει να οφείλεται στην «ταύτιση ενός λογοτεχνικού ή μουσικού κομματιού με το μελάνι και το χαρτί στο οποίο καταγράφηκε».

Στο προτελευταίο κεφάλαιο του βιβλίου ο εγκέφαλος συγκρίνεται με έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή, δεδομένου ότι η τεχνητή νοημοσύνη είναι ένας κλάδος της επιστήμης των υπολογιστών, ο οποίος σήμερα αναπτύσσεται χάρις και στην αξιοποίηση επιτευγμάτων άλλων επιστημών, όπως της νευροφυσιολογίας, της γνωστικής επιστήμης (που η ίδια αποτελεί απόπειρα σύνθεσης κλάδων –που ούτως ή άλλως μελετούν, από διαφορετική σκοπιά και σε διαφορετικά επίπεδα, τη νόηση–, σ' ένα ενιαίο, ολοκληρωμένο ερευνητικό πεδίο), της ψυχολογίας, της Φυσικής και των Μαθηματικών, ενώ ταυτοχρόνως βρίσκεται σε «ανοικτό διάλογο» με τη Φιλοσοφία. Όπως, άλλωστε, παρατηρεί ο Connes, η ταχύτητα μεταβίβασης σημάτων στον εγκέφαλο είναι κατά πολύ μικρότερη από τις αντίστοιχες ταχύτητες λει-

τουργίας των σύγχρονων υπολογιστών. Οι υπολογιστές, παραταύτα, δεν συνεισφέρουν σημαντικά στην επίλυση «ανοικτών» προβλημάτων στα Μαθηματικά¹³.

Πολλοί πιστεύουν ότι αναλύοντας τη δομή των Μαθηματικών ίσως μπορέσουμε να μάθουμε κάτι σχετικό με τη λειτουργία του εγκεφάλου. Για παράδειγμα, ένα χαρακτηριστικό των Μαθηματικών, σύμφωνα με τους Connes και Atiyah, είναι η «ιεραρχική» τους φύση. Επίσης, κατά τον Changeux, μπορούμε να εξετάσουμε τη σχέση ανάμεσα στη δομή των Μαθηματικών και τη δομή του εγκεφάλου και από άποψη εξέλιξης και από άποψη λειτουργίας.

Από άποψη εξέλιξης ο εγκεφαλος έπρεπε να δημιουργήσει μια ιεραρχία επιπέδων που να αντανακλούν κατάλληλα το φυσικό του περιβάλλον και τις προκλήσεις που εκείνο θέτει. Ο άνθρωπος είναι ο τελικός νικητής αυτής της εξελικτικής διαδικασίας και ο εγκεφαλος έχει την απαραίτητη δομή για να παράγει Μαθηματικά, πρεσβεύει ο Γάλλος διανοητής.

Τότε όμως προκύπτει ένα καίριο ερώτημα, το οποίο τίθεται στο βιβλίο: μια διαφορετική νευρωνική διάταξη του εγκεφάλου θα οδηγούσε σε ένα διαφορετικό είδος Μαθηματικών ή, μήπως, τα Μαθηματικά εξαρτώνται από τη λειτουργική ικανότητα του εγκεφάλου και όχι από το βιολογικό του μηχανισμό;

Κατά τον Atiyah, αν κάποιος δει τον εγκεφαλο από άποψη εξέλιξης, τότε η μυστηριώδους επιτυχία των Μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες μπορεί, μερικώς τουλάχιστον, να εξηγηθεί: ο εγκεφαλος εξελίχθηκε για να ασχοληθεί με το φυσικό κόσμο, και δεν πρέπει να μας εκπλήσσει το γεγονός ότι ανέπτυξε μία γλώσσα, τα Μαθηματικά, που εξυπηρετεί καλά αυτό το σκοπό. Και ο ίδιος προσθέτει: «Ο σκεπτικιστής θα μπορούσε να τονίσει ότι ο αγώνας για επιβίωση απαιτεί από εμάς να αντιμετωπίσουμε τα φυσικά φαινόμενα σε ανθρώπινη κλίμακα, ενώ η μαθηματική θεωρία εμφανίζεται για να αντιμετωπίσει όλες τις κλίμακες, από την ατομική μέχρι τη γαλαξιακή. Ίσως η εξήγηση να βρίσκεται στην αφηρημένη "ιεραρχική" φύση των Μαθηματικών, η οποία μας δίνει τη δυνατότητα να κινούμαστε προς τα πάνω ή προς τα κάτω στην κοσμική κλίμακα, με σχετική ευκολία».

Ενδιαφέρονσα, αλλά από διαφορετική οπτική γωνία, είναι επίσης η κριτική του R. Oppen στη θέση του Changeux ότι η συνοχή που συναντάμε στα δημιουργήματα του εγκεφάλου μας –και τέτοια είναι τα Μαθηματικά– αποτελεί αντανάκλαση της εντυπωσιακής εσωτερικής αρμονίας του. Κατά τον διαπρεπή Γάλλο φυσικό, «οι επικρίσεις του Changeux φαίνεται να πάσχουν σ' ένα σημείο, το οποίο ένας νατουραλιστής θα έπρεπε να είχε αναγνωρίσει: ο θαυμασμός για τα Μαθηματικά μετατρέπεται σ' έναν άλλον θαυμασμό, αυτόν για τον εγκεφαλο μας». Και συνεχίζει: «Για ποιον λόγο η εξέλιξη προίκισε τον εγκεφαλο με τέτοιες ιδιότητες, εάν όχι διότι είναι χρήσιμες για την επιβίωση, πράγμα που προϋποθέτει μια αντίστοιχη τάξη προσιδιάζουσα στον εξωτερικό κόσμο, μια τάξη έμφυτη στη (φυσική) πραγματικότητα; Όταν η επιστήμη εξερευνά την τάξη και καταλήγει στο να ανακαλύπτει τις αρχές της Φυσικής, συναντά οπωσδήποτε τα Μαθηματικά για μία ακόμη φορά, αλλά αυτή τη φορά ως αναγκαιότητα συνδεδεμένη με τη (φυσική) πραγματικότητα, και όχι πλέον ως ένα προϊόν της ανεξάρτητης δραστηριότητας του εγκεφάλου. Συνοψίζοντας, κινούμαστε διαγράφοντας κύκλους και η "απάντηση" που προτείνει ο Changeux δεν αποτελεί στην ουσία "κάποια" απάντηση: στην καλύτερη περίπτωση είναι ένας μόνον από τους προβολείς που βοηθούν να φωτίσουμε μέρος της εικόνας»¹⁴.

Ο Oppen θέωρει ότι καμία σοβαρή συζήτηση του μαθηματικού ρεαλισμού δεν μπορεί

να πραγματοποιηθεί ανεξάρτητα από τη μελέτη των νόμων του φυσικού κόσμου, πράγμα που σημαίνει ότι η φύση των Μαθηματικών είναι αδιαχώριστη από τη φύση των νόμων αυτών. Γι' αυτό πιστεύει ότι αποτελεί λάθος το να προσπαθήσουμε να οικοδομήσουμε τη Φιλοσοφία των Μαθηματικών ανεξάρτητα από τη Φιλοσοφία των φυσικών επιστημών.

Όσον αφορά, τώρα, τις εσωτερικές λειτουργίες της μαθηματικής σκέψης, οι Πλατωνιστές θεωρούν ότι τις περιέγραψε αρκετά ικανοποιητικά ο Jacques Hadamard¹⁵, ο οποίος διέκρινε τρία στάδια στην αντιμετώπιση του προβλήματος: την προετοιμασία, την επώαση και τη φώτιση (έμπνευση ή έλλαμψη). Η πιθανή νευρωνική αντιστοιχία αυτών των σταδίων αποτελεί ένα ενδιαφέρον θέμα, το οποίο προκαλεί ζωήρη συζήτηση ανάμεσα στον Connepes και τον Changeux. Πρόκειται για τη δεύτερη από τις προαναφερθείσες προβληματικές, δηλαδή τη μελέτη της σχέσης ανάμεσα στη δομή των Μαθηματικών και τη δομή του εγκεφάλου, από άποψη λειτουργίας.

Υπάρχει, για παράδειγμα, κάποιο δαρβινικό στοιχείο στην έρευνα για επιτυχημένες ιδέες; Ο Henri Poincaré υποστηρίζει ότι η υποσυνείδητη νόηση «δημιουργεί» τυχαίες ιδέες και η «φώτιση» έρχεται όταν επιλέξουμε κάποια από αυτές. Η «αντιπαράθεση» των Connepes και Changeux περνά μέσα από την παρουσίαση εντυπωσιακών κεφαλαίων της σύγχρονης επιστήμης, όπως είναι η εργασία του V. Jones στη θεωρία των κόμβων (με αφορμή ένα ιδιαίτερα λεπτό πρόβλημα ανάλυσης σε απειροδιάστατους χώρους), τα διάφορα εννοιολογικά προβλήματα της κβαντομηχανικής, τα δύο περίφημα θεωρήματα του Gödel (δηλαδή τα θεωρήματα της μη πληρότητας και της μη αποκρισιμότητας), η «σκεπτόμενη» μηχανή Turing, ο πίνακας S της φυσικής των στοιχειωδών σωματιδίων και η πιθανή αντιστοιχία του στο λειτουργισμό όσον αφορά την ψυχολογία κ.ά.

Η συζήτηση των Connepes και Changeux για τα τρία στάδια εργασίας του μαθηματικού έδωσε μάλιστα την αφορμή και για τις ακόλουθες παρατηρήσεις του Καστοριάδη στο πλαίσιο ενός ενδιαφέροντος διαλόγου του με τον Connepes:

«Κατά την αντίληψή μου, δεν θα υπάρξουν ποτέ πραγματικά σκεπτόμενες μηχανές. Και για να δικαιολογήσω αυτή την άποψή μου, θα χρησιμοποιήσω την ιδιαίτερα επιτυχημένη διάκριση που κάνατε στη συζήτησή σας με τον Changeux σχετικά με τα τρία στάδια εργασίας του μαθηματικού. Πρώτο στάδιο, με το οποίο θα συμφωνήσουν όλοι: ο λογισμός, ο αλγόριθμος, ο οποίος, σύμφωνα με τη διάσημη θέση του Church για τη μαθηματική λογική, μπορεί να ανατεθεί σε μια μηχανή, την οποία μπορούμε να ονομάσουμε καθολική μηχανή Turing. Με προφανείς επιφυλάξεις, εφόσον κάποιος πρέπει να κατασκευάσει αυτή τη μηχανή, να την εντάξει σ' ένα πρόγραμμα με συγκεκριμένα καθήκοντα προς επίλυση – η ίδια η μηχανή δεν επινοεί καθήκοντα προς επίλυση, ούτε καν μεθόδους. Αυτός ακριβώς μου επιτρέπει να περάσω κατ' ευθείαν στο τρίτο στάδιο, που εσείς αποκαλείτε ενόραση ενώ εγώ δημιουργική φαντασία, και το οποίο είναι η ικανότητα του ανθρώπινου είδους, της ανθρώπινης ψυχής – της κοινωνικοποιημένης ψυχής, φυσικά, η οποία διαθέτει γλώσσα και ιστορική κληρονομιά – να εφευρίσκει αυθαίρετα εργασίες, να δημιουργεί αυθαίρετα μορφές (όταν λέω «αυθαίρετα», μιλώ με μια πρώτη προσέγγιση) και, επίσης, να επινοεί απτόν τον ιδιαίτερο τομέα που είναι τα Μαθηματικά, όπου ακριβώς δημιουργεί αυτό που, κατά τη γνώμη μου, εξαρτάται και από τη φαντασία: τις αποδεικτικές μεθόδους. Υπάρχει, τέλος, το ενδιάμεσο στάδιο, που είναι η όχι απόλυτα δημιουργική αλλά μάλλον αξιολογική ικανότητα να επιστρέφουμε στο σημείο από το οποίο ξεκινήσαμε, να συγκρίνουμε τη μέθοδο που ακολουθήσαμε με άλλες πιθανές μεθόδους,

και να επαναπροσδιορίζουμε τότε την τακτική, ίσως και τη στρατηγική μας, μια ικανότητα την οποία, στη συζήτησή σας με τον Changeux, αποκαλείτε, με κάποιο δισταγμό, "αναστοχασμό", έναν όρο με τον οποίο συμφωνώ απόλυτα»¹⁶.

Βλέπουμε εδώ πως ο Καστοριάδης εντάσσει αυτό που αρκετοί μαθηματικοί καλούν «ενόραση» ή «έλλαμψη» ή «έμπνευση» σε ό,τι κατά τον ίδιο αποτελεί τη «δημιουργική φαντασία» του ανθρώπου, δηλαδή την ικανότητά του να «παράγει», να δημιουργεί μορφές, όπως είναι τα Μαθηματικά. Η θέση του αυτή βρίσκεται στον πυρήνα της προβληματικής που αναπτύσσει για τις έννοιες του μάγματος και της συνολο-ταινιτιστικής λογικής στο θεμελιώδες θεωρητικό του έργο *Η Φαντασιακή Θέσμιση της Κοινωνίας*¹⁷.

Το βιβλίο κλείνει με την αναζήτηση στο τελευταίο κεφάλαιο πιθανών φυσικών θεμελίων της ηθικής. Είναι εντυπωσιακό ότι στο κεφάλαιο αυτό ο Changeux αναφέρεται και στην περίφημη μέθοδο της «αναστοχαστικής ισορροπίας», την οποία αναπτύσσει ο διάσημος πολιτικός φιλόσοφος John Rawls στο κλασικό πλέον βιβλίο του *Θεωρία της Δικαιοσύνης*¹⁸. Ο Changeux θεωρεί την αναζήτηση μιας ηθικής φιλοσοφίας μέσω της μεθόδου «της αναστοχαστικής ισορροπίας» ως την πιο «εναρμονισμένη» απ' όσες μέχρι τώρα προτάθηκαν, προς μια εξήγηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς η οποία να στηρίζεται στη μελέτη της νευροφυσιολογίας του εγκεφάλου.

Η άποψη αυτή αξίζει να παρουσιασθεί κάτω αναλυτικά, δηλαδή να εξηγηθεί με τα ίδια τα λόγια του Changeux:

«Όπως γράφει ο Spinoza, "για τίποτε δεν γνωρίζουμε με βεβαιότητα ότι είναι καλό ή κακό, παρά μόνο για ό,τι μας οδηγεί στην αληθινή κατανόηση των πραγμάτων ή για ό,τι μπορεί να μας απομακρύνει από αυτήν". Το ενδιαφέρον μετατοπίζεται από τις παραγωγικές θεωρίες στις επαγωγικές. Σύμφωνα με αυτές, οι ηθικές αρχές υιοθετούνται και αναθεωρούνται βάσει της ευλογοφάνειάς τους και της ικανότητάς τους να εξηγούν πιο συγκεκριμένες κρίσεις. Λαμβάνουν λοιπόν υπ' όψιν την πολιτισμική εξέλιξη της κοινωνίας, των επιστημονικών γνώσεων, της τεχνικής και των πολιτισμών. Εξυπακούεται ότι εγώ θα υιοθετήσω την επαγωγική θεωρήση, η οποία νομίζω πως είναι περισσότερο αποδεκτή από έναν επιστήμονα, επειδή αναγνωρίζει το ενδεχόμενο να αναθεωρηθούν οι ηθικοί κανόνες είτε λόγω της εμφάνισης νέων πρακτικών προβλημάτων είτε λόγω της προόδου των γνώσεων.

Η άποψη αυτή προσεγγίζει εκείνη της θεωρίας της δικαιοσύνης του Rawls, που αρχίζει να γίνεται γνωστή στη Γαλλία. Πολύ σχηματικά, ο Rawls υπερασπίζεται τη λεγόμενη μέθοδο της αναστοχαστικής ισορροπίας. Οι κρίσεις εξελίσσονται και υποβάλλονται *a posteriori* σε δοκιμασίες, ώστε να διατηρήσουν ένα μέγιστο βαθμό εσωτερικής συνοχής και αντικειμενικότητας. Κάθε κρίση δημιουργεί μια πίεση που συνίσταται στην άσκηση κριτικής και στην απαίτηση να δικαιολογηθούν τυχόν τροποποιήσεις κάποιων αρχών. Αν το κοινωνικό σύστημα είναι αναδιανεμητικό, αν επανορθώνει τις ανισότητες που προκαλούνται από τις κοινωνικές ή τις φυσικές συγκυρίες, προκύπτει μια ηθική που θεμελιώνεται στην κριτική των ηθικών κανόνων και στην αδιάκοπη αναθεώρησή τους, προκειμένου να επιτρέψει την ελεύθερη ανάπτυξη νέων μορφών συμπεριφοράς. Η εν λόγω φιλοσοφία με γοητεύει, διότι μπορούμε να ανακαλύψουμε σ' αυτήν κάποιες "νευρολογικές" βάσεις και, επειδή προσεγγίζει τον επιστημονικό τρόπο έρευνας, μας προστατεύει από εκείνη τη μορφή ολοκληρωτισμού στην οποία απολήγον οι παραγωγικές ηθικές θεωρίες. Είναι μια φιλοσοφία χωρίς ιδιαίτερες αξιώσεις, μια "ηθική μικρών βημάτων" που λύνει τα προβλήματα όπως της παρουσιάζονται, βαθμιαία, και δεν βασίζεται σε εντελώς ανεφάρμοστα *a priori* αξιώματα.

Υπό αυτές τις συνθήκες, το ζήτημα δεν είναι πλέον να υπαγάγουμε την επιστήμη στις επιταγές των δοξασίων, στον ανταρτισμό των αποκεκαλυμμένων δογμάτων ή μιας οποιασδήποτε ιδεολογίας, αλλά να αναπτύξουμε μια κριτική των *δοξασίων*, των *ιδεολογιών* και των *ηθικών κανόνων* σε συνάρτηση με την εξέλιξη της επιστήμης, έτσι ώστε μέσω αυτής να αποκτήσουμε νέους κανόνες συμπεριφοράς που να έχουν μια πιο αντικειμενική δικαίωση. Πιστεύω ότι το συλλογιστικό μοντέλο επικοινωνίας, αναγνώρισης προθέσεων, με αξιολόγηση της λογικής συνοχής τους και της ανάπτυξης κάποιας αναστοχαστικής ισορροπίας στους κόλπους της κοινωνικής ομάδας, μας επιτρέπει να επεξεργαστούμε μια “ανοιχτή ηθική” σε φυσικές “νευρογνωστικές” βάσεις, χωρίς καμία προσφυγή σε μεταφυσικές προϋποθέσεις» (σελ. 244-246).

Η τελευταία αυτή επισήμανση νομίζω ότι αναδεικνύει σ’ όλο της το εύρος την ενότητα της επιστήμης, καθώς αποκαλύπτει το πώς μια θεωρία πολιτικής και ηθικής φιλοσοφίας μπορεί να ενδιαφέρει έναν νευροφυσιολόγο, σε σημείο που να τον προτρέπει να αναζητήσει τη «νευρωνική βάση» της. Το πόσο επιτυχής είναι η συγκεκριμένη απόπειρα αποτελεί μια άλλη υπόθεση.

Έχοντας ολοκληρώσει την κριτική παρουσίαση μερικών από τα πιο σημαντικά επιχειρήματα που προβάλλουν οι Connepes και Changeux στο μεταξύ τους διάλογο, προσεγγίζουμε τώρα ένα άλλο καίριο ερώτημα: Σε ποιο βαθμό συμβάλλουν οι δύο συνομιλητές στον εμπλουτισμό των γνώσεών μας όσον αφορά τη σχέση της φυσιολογίας του εγκεφάλου με την εκδήλωση της μαθηματικής δραστηριότητας;

Ο Br. Rotman, μαθηματικός, και ο St. Shanker, φιλόσοφος –από τους πλέον έγκριτους μελετητές του Βίγκεσταϊν, με εργασίες και για τα φιλοσοφικά θεμέλια του κλάδου της τεχνητής νοημοσύνης–, σε δύο ενδιαφέρουσες κριτικές τους ομοφωνούν ως προς το συμπέρασμα. «Όχι, οι Connepes και Changeux φαίνεται αδύνατον να συμφωνήσουν», ισχυρίζεται ο Rotman, «διότι έχουν διαφορετικές μεταφυσικές προτιμήσεις»¹⁹. Ομοίως, ο Shanker αποφαίνεται: «Οι Connepes και Changeux εμπλέκονται στη μακραίωνη διαμάχη γύρω από τη φύση της μαθηματικής πραγματικότητας. Δεν προκαλεί έκπληξη το ότι ο Connepes είναι πλατωνιστής και ο Changeux είναι υλιστής. Ο καθένας υποστηρίζει τη θέση του με επιδέξιο τρόπο, αποτυγχάνει όμως πλήρως να πείσει τον άλλο. Τελικώς, αυτό το βιβλίο δεν είναι τίποτε άλλο, παρά μια απόπειρα δύο στοχαστών με διαμετρικά αντίθετες απόψεις να πείσουν ο ένας τον άλλον να εγκαταλείψει τη φιλοσοφική του θέση όσον αφορά τα θεμέλια των Μαθηματικών»²⁰.

Η αλήθεια είναι ότι, όντως, αυτό συμβαίνει αρκετά συχνά, όταν έχουμε να κάνουμε με διεπιστημονικές προσεγγίσεις ενός φιλοσοφικού ερωτήματος. Οι μετέχοντες στην προσπάθεια, αντί να συνεισφέρουν τις διαφορετικές τους απόψεις και την πείρα τους στη μελέτη ενός κοινού εμπειρικού προβλήματος, προσεγγίζουν το φιλοσοφικό πρόβλημα προβάλλοντας τις διαφορετικές θεωρητικές ή μεταφυσικές προτιμήσεις τους. Όπως όμως ο G.H. Hardy τόνισε στο κλασικό του βιβλίο *Η Απολογία ενός Μαθηματικού*²¹, το να είναι κάποιος προικισμένος μαθηματικός δεν σημαίνει ότι απολαύει κάποιου διανοητικού πλεονεκτήματος όταν πραγματεύεται ένα δύσκολο θέμα της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών. Πράγματι, αυτό συμβαίνει στην περίπτωση μας. Οι Connepes και Changeux δεν προσεγγίζουν το ερώτημα για τη φύση των Μαθηματικών με τις ιδιότητές τους ως μαθηματικού και βιολόγου,

αντίστοιχα, αλλά ως φιλόσοφοι. Αυτό δεν σημαίνει ότι στερούνται στοιχειωδών γνώσεων Φιλοσοφίας. Το πρόβλημα έγκειται αλλού, στο ότι όλη η συζήτηση ανάμεσα στους δύο διανοητές, η οποία συνίσταται στην επίκληση συναρπαστικών παραδειγμάτων από το χώρο των επιστημών (που, μάλιστα, αποτελούν και το πιο πρωτότυπο μέρος του βιβλίου), εγκλωβίζεται στην άγονη υπεράσπιση δύο αντίθετων φιλοσοφικών θέσεων και δεν «απελευθερώνεται» προς άλλες κατευθύνσεις, όπου θα μπορούσε να αποβεί πιο δημιουργική.

Τι είδους όμως κοινό εμπειρικό πρόβλημα θα ήταν δυνατόν να έχουν μελετήσει οι Connepes και Changeux, αντί να αναλωθούν σε έναν αδιέξοδο φιλοσοφικό διάλογο;

Ένα τέτοιο πρόβλημα είναι, κατά τον Shanker, η μελέτη του ενδεχόμενου συγκεκριμένες μαθηματικές ικανότητες να μειώνονται ή να καταστρέφονται πλήρως λόγω βλάβης συγκεκριμένων δομών του εγκεφάλου μας (π.χ. του πίσω μέρους του κέντρου του Wernicke). Το ερώτημα αυτό τίθεται στο υπό τον τίτλο «Ο νευρωνικός μαθηματικός» τέταρτο κεφάλαιο του παρουσιαζόμενου βιβλίου. Ο Changeux θεωρεί ότι τέτοιες διαπιστώσεις αποτελούν τη βάση για μια θεωρία εντοπισμού της μαθηματικής δραστηριότητας. Γράφει:

«Διαπιστώνεται ότι συγκεκριμένες περιοχές του μετωπιαίου λοβού εμφανίζουν τραύματα. Τότε ο ασθενής μπορεί να υποβληθεί σε κάποια τεστ, με τα οποία διαπιστώνονται οι λειτουργικές ανεπάρκειες που σχετίζονται με τα τραύματα. Μπορεί όμως να συμβεί και το αντίστροφο. Ο νευρολόγος, εξετάζοντας έναν ασθενή, μπορεί να διαπιστώσει μη φυσιολογικές απαντήσεις σ' ένα ειδικό τεστ και να διαγνώσει ότι πρόκειται για μετωπιαία βλάβη, η οποία στη συνέχεια επιβεβαιώνεται με υπολογιστική τομογραφία. Ο μετωπιαίος λοβός, λοιπόν, συμβάλλει, κατά κάποιον τρόπο, σ' αυτό που ονομάζω νευρολογική αρχιτεκτονική του λόγου... Εύλογα, λοιπόν, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπάρχουν περιοχές του εγκεφάλου που συμμετέχουν στην επεξεργασία της έλλογης σκέψης ... Ο μετωπιαίος λοβός έχει σημαντικό ρόλο στη γένεση των υποθέσεων» (σελ. 138-140).

Υπάρχει μια σειρά επιφυλάξεων που μπορεί κάποιος να εγείρει σχετικά με την ορθότητα αυτού του επιχειρήματος, ισχυρίζεται ο Shanker. Μια πρώτη προκύπτει, αν λάβουμε υπ' όψιν την πλαστικότητα του εγκεφάλου και, συγκεκριμένα, την ικανότητα άλλων δομών του να αναπληρώνουν τις λειτουργίες μίας κατεστραμμένης περιοχής του²². Μια δεύτερη έγκειται στο ότι ο Changeux ορίζει περιοριστικά την «ειδίκευση» των λειτουργικών ανεπαρειών που περιγράφει στο προαναφερθέν κείμενο, πράγμα που σημαίνει ότι η προσεκτική εξέταση φανερώσει την ύπαρξη πολύ πιο σύνθετων και εκτεταμένων γνωστικών (cognitive) και/ή κινητικών δυσλειτουργιών απ' ό,τι αφήνεται να εννοηθεί²³. Όλες αυτές οι επιφυλάξεις παρατέμπουν στην περίπτωση της «πλάνης του ανθρωπάριου» (Homunculus Fallacy). Δηλαδή, εκ του γεγονότος ότι ο Α δεν μπορεί να τρέξει, λόγω ενός κατεστραμμένου αχίλλειου τένοντα, δεν μπορούμε να συναγάγουμε ότι ο Α μπορεί να τρέχει, όταν είναι υγιής, χάρις στον αχίλλειο τένοντα. Ομοίως, εάν ο Α δεν μπορεί να εκτελέσει υπολογισμούς, λόγω βλάβης στην περιοχή του Wernicke, δεν σημαίνει ότι είναι η περιοχή του Wernicke που μας εφοδιάζει με την ικανότητα να εκτελούμε υπολογισμούς (για να μην αναφέρουμε ότι είναι ο μετωπιαίος λοβός που έχει σημαντικό ρόλο στη γένεση των υποθέσεων).

Ο λόγος για τον οποίο ο Shanker θεωρεί το ανωτέρω πρόβλημα ιδιαίτερης σημασίας είναι διότι, εάν κάποιος υποστηρίξει ότι είναι ο εγκεφάλος ή συγκεκριμένες δομές του που

επιτρέπουν εκείνη ή την άλλη γνωστική λειτουργία (cognitive function) και θεωρήσει αυτή την ερμηνεία πλήρως ικανοποιητική, τότε πρέπει να αναζητήσει κάποιο «εξωτερικό» (ως προς τον εγκέφαλο) μοντέλο εξήγησης του τρόπου με τον οποίο παράγονται οι καλούμενες «προ-συνειδητές διαδικασίες» (pre-conscious processes), δηλαδή οι διαδικασίες εκείνες που οδηγούν στις «στιγμές της έμπνευσης (έλλαμψης)» και συνακόλουθα στην ξαφνική επίλυση ενός προβλήματος.

Στις πρώτες μελέτες για το γνωστικό ασυνείδητο (cognitive unconscious) θεωρήθηκε ότι τέτοιες «στιγμές διανοητικής έλλαμψης» παράγονται από διαδικασίες που στηρίζονται σε συλλογισμούς και υπολογισμούς.

Στην συνέχεια, η επιστήμη της τεχνητής νοημοσύνης στο πρώιμο στάδιό της εξέλαβε ότι επρόκειτο για ευρετικά (heuristic) προγράμματα. Καθώς όμως η επιστήμη των υπολογιστών εξελίχθηκε ταχύτατα, εκείνο που παρέμεινε σταθερό ήταν η θεμελιώδης υπόθεση ότι η διαδικασία παραγωγής συμπερασμάτων αποτελεί μια «κρυφή διανοητική διαδικασία» και ότι οι «στιγμές της έλλαμψης» προκαλούνται από προηγηθείσες (αδιάσπαστες) αλυσίδες ασυνείδων διαδικασιών, η φύση των οποίων μπορεί να ανακαλυφθεί χάρις σε κάποιο «τυπικό» (formal) μοντέλο, παρά με τη βοήθεια της νευροφυσιολογίας²⁴.

Εν κατακλείδι, η σχέση ανάμεσα σε ειδικές λειτουργικές ανεπάρκειες (ή επηυξημένες ικανότητες) και κατεστραμμένες (ή υπερανεπτυγμένες) εγκεφαλικές δομές θα μπορούσε να αποτελέσει τη βάση για μια συναρπαστική συζήτηση ανάμεσα στους Connepes και Changeux, η οποία θα ήταν μεστή νοήματος (και) για τους επιστήμονες που ασχολούνται με την τεχνητή νοημοσύνη ή τις λοιπές «γνωστικές επιστήμες» (cognitive sciences), καθόσον αυτοί ενδιαφέρονται για διεπιστημονικές προσεγγίσεις του εν λόγω προβλήματος. Πράγματι, οι αποκαλούμενες «γνωστικές επιστήμες», σύμφωνα με επιτυχή ορισμό του Γιώργου Μαραγκού, «αποβλέπουν στο να συντεθούν κλάδοι που ούτως ή άλλως μελετούν, από διαφορετική σκοπιά και σε διαφορετικά επίπεδα, τη νόηση –εν προκειμένω η γνωσιακή (ή, κατά τον γράφοντα, γνωστική) ψυχολογία, η τεχνητή νοημοσύνη, η γλωσσολογία, η νευροεπιστήμη, η ανθρωπολογία, η φιλοσοφία– ώστε να συσταθεί ενιαίο, ολοκληρωμένο ερευνητικό πεδίου»²⁵. Στο πλαίσιο αυτό της μελέτης της νόησης εντάσσεται η μελέτη της φύσης της «μαθηματικής δημιουργικότητας».

Όμως οι δύο συζητητές εξαντλήθηκαν σε μια σειρά μονολόγων πάνω στη φύση της δημιουργικότητας, επικαλούμενοι μελέτες από τις επιστήμες της ψυχολογίας της νόησης και των ηλεκτρονικών υπολογιστών, προκειμένου να στηρίξουν τις από την αρχή διατυπωμένες διαφορετικές φιλοσοφικές θέσεις τους όσον αφορά τη φύση των Μαθηματικών. Έτσι, η συζήτηση «ξεστράτισε» από την περιοχή της γνωστικής επιστήμης και επέστρεψε στη Φιλοσοφία.

Αξίζει, επίσης, να αναφερθούν δύο ακόμη σημαντικές παρατηρήσεις του Shanker.

Πρώτον, η συζήτηση των δύο επιστημόνων δυσχεράνθηκε, επειδή ήρθαν αντιμέτωπες δύο διαφορετικές “languacultures”. Η πατρότητα αυτού του όρου ανήκει στον Michael Agar. Αυτό που θέλει να υπογραμμίσει ο Agar είναι ότι ο τρόπος με τον οποίο σκέπτεται μία κοινότητα –το πως τα μέλη μίας συγκεκριμένης ομάδας επικοινωνούν μεταξύ τους, ποιες λέξεις χρησιμοποιούν, ποιες σιωπηρές συμβάσεις ακολουθούν– όλα αυτά αποτελούν πολιτισμικές πρακτικές (cultural practices). Έτσι, όταν μέλη από διαφορετικές κουλτούρες προσπαθούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους, οφείλουν να καθιερώσουν ένα κοινό πλαι-

σιο αναφοράς. Κατά τον Agar, κάθε τέτοιο πλαίσιο πρέπει να σχηματίζεται από την ένωση γλώσσας και κουλτούρας σ' ένα αδιάσπαστο σύνολο (γι' αυτό η λέξη "linguaculture" σχηματίζεται από τη συγχώνευση των λέξεων language και culture)²⁶.

Ακόμη, όμως, πιο σημαντική, κατά τη γνώμη μου, είναι η δεύτερη επισήμανση του Shanker. Αναρωτιέται γιατί οι γλωσσικοί όροι που χρησιμοποιούν οι Connes και Changeux στην αντιπαράθεσή τους ως προς την φύση της μαθηματικής δημιουργικότητας παραμένουν οι ίδιοι με εκείνους που ίσχυαν και στις αρχές του αιώνα. Μήπως το γεγονός ότι ενδιαφερόμαστε για τα ίδια φιλοσοφικά προβλήματα με εκείνα που απασχολούσαν και τους αρχαίους Έλληνες οφείλεται, όπως επεσήμανε ο Βίτγκενσταϊν, στο ότι «η γλώσσα μας παραμένει η ίδια και ολόένα μας οδηγεί στα ίδια παραπλανητικά ερωτήματα»;

Για να γίνει κατανοητή η εν λόγω παραπομπή του Shanker στον Βίτγκενσταϊν αξίζει να παρατεθεί ολόκληρη η σχετική «παρατήρηση» του τελευταίου:

«Ακούς κάθε τόσο την παρατήρηση πως η φιλοσοφία δεν κάνει στην πραγματικότητα καμία πρόοδο και πως μας απασχολούν ακόμη τα ίδια φιλοσοφικά προβλήματα που είχαν ήδη απασχολήσει τους Έλληνες. Μα όσοι τα λένε αυτά δεν καταλαβαίνουν γιατί πρέπει να 'ναι έτσι τα πράγματα. Ο λόγος είναι πως η γλώσσα μας παραμένει η ίδια και ολόένα μας οδηγεί στα ίδια παραπλανητικά ερωτήματα. Όσο θα υπάρχει ένα ρήμα σαν το «είμαι», που θα μοιάζει να λειτουργεί όπως το «τρώω» και το «πίνω», όσο θα υπάρχουν τα επίθετα «ταυτός», «αληθής», «ψευδής», «δυνατός», όσο θα γίνεται λόγος για το ποτάμι του χρόνου και για την έκταση του χώρου κ.λπ. κ.λπ., τόσο οι άνθρωποι θα σκοντάφτουν πάνω στις ίδιες αινιγματικές δυσχέρειες και θα κοιτούν κατάματα κάτι που κανενός είδους εξήγηση δεν φαίνεται ικανή να ξεδιαλύνει.

Εξάλλου, αυτό ικανοποιεί κάποιον πόθο για το υπερβατικό, γιατί, όσο οι άνθρωποι πιστεύουν πως βλέπουν τα "όρια της ανθρώπινης νόησης", θα πιστεύουν φυσικά πως μπορούν να δούν και πέρα απ' αυτά»²⁷.

Αυτό το ενδιαφέρον, λοιπόν, φιλοσοφικό ερώτημα, το οποίο θα μπορούσε να τεθεί στην αφετηρία της συζήτησης των δύο διανοητών, δεν τίθεται ούτε στην πορεία της.

Ολοκληρώνοντας, οφείλω να επαναλάβω ότι η συζήτηση των Connes και Changeux μπορεί μεν να μην αποτελεί υπόδειγμα διεπιστημονικής προσέγγισης ενός ανοικτού προβλήματος, η υψηλή όμως ποιότητα των επιχειρημάτων που αναπτύσσουν κατά την εκδίπλωσή της οι δύο διαπρεπείς Γάλλοι επιστήμονες ανταμείβει τον προσεκτικό αναγνώστη του κειμένου. Η μετάφραση και επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου –όχι, όμως, και η μετάφραση του τίτλου του²⁸– από τους Ανδρέα Ι. Κασσέτα, Στράτο Μάκρα και Σπύρο Μανουσέλη είναι επιτυχής και γι' αυτό η ελληνική του έκδοση διαβάζεται ευχάριστα²⁹.

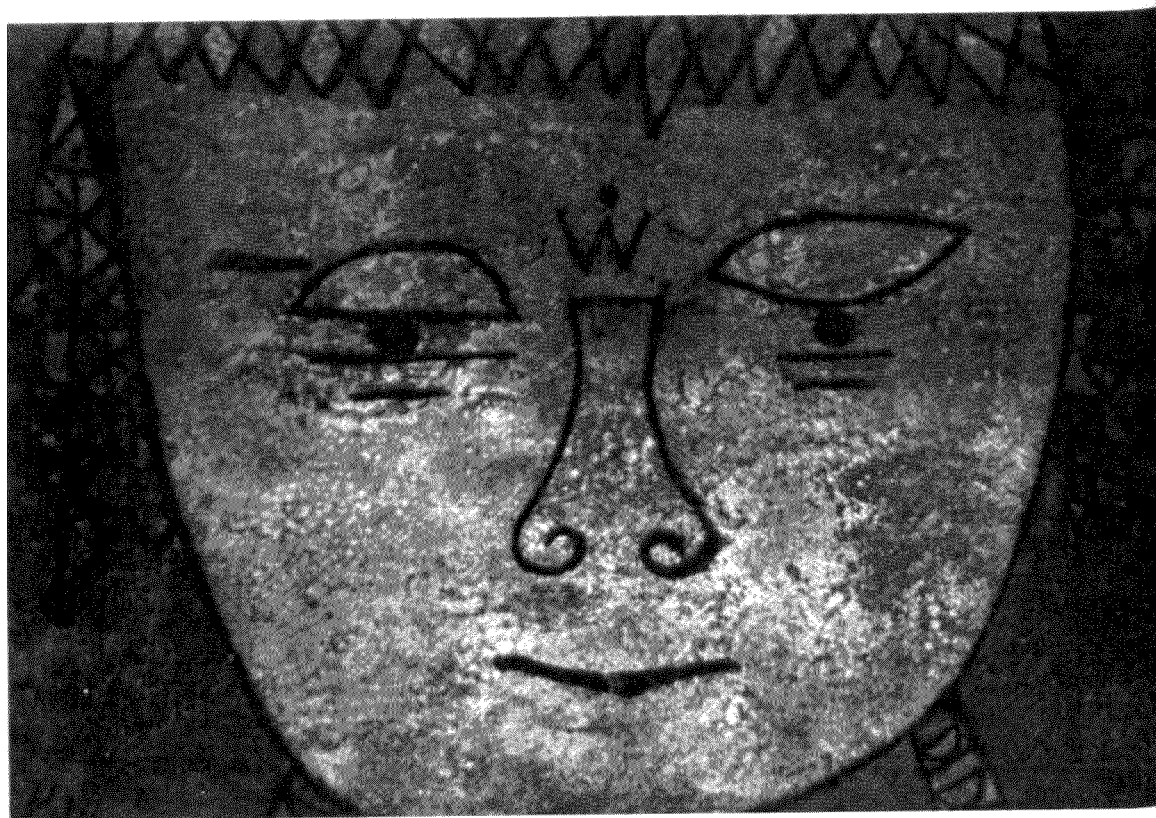
Σημειώσεις

1. Βλέπε, π.χ., Penelope Maddy, *Realism in Mathematics*, Clarendon Press, Οξφόρδη, 1990, καθώς και Mark Balaguer, *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford University Press, Οξφόρδη, 1998.

2. Alain Connes, *Noncommutative Geometry*, Academic Press, Νέα Υόρκη, 1993.

3. Βλ. Jean Pierre Changeux, *Ο νευρωνικός άνθρωπος*, μετ. και σχόλια Βαγγέλης Μπρίκας, εκδόσεις Ράπτα, Αθήνα, 1984.
4. Βλ. το άρθρο του Διονύση Αναπολιτάνου, «Η αλήθεια των αντικειμένων», στην *Καθημερινή* της 12.1.1997.
5. Βλ., επί παραδείγματι, τη σχετική επιχειρηματολογία του R. Penrose στα βιβλία του, *Ο νέος αυτοκράτορας*, μετ. Βασιλική Νικολαΐδου, επιμ. Κώστας Γκοβόστης, εκδόσεις Γκοβόστη, Αθήνα 1994, και *Σκιές του Νου*, εκδόσεις Γκοβόστη, μετ. Αργύρης Κλαδούχος, επιμ. Νίκος Ταμπάκης, Αθήνα, 1998.
6. Βλ. την ευστοχη παρατήρηση του Νίκου Ταμπάκη στον πρόλογό του για την ελληνική έκδοση του βιβλίου των St. Hawking και R. Penrose, *Η φύση του χώρου και του χρόνου*, μετ. Νίκος Ταμπάκης, εκδόσεις Γκοβόστη, Αθήνα, 1996, σ. 10. Βλέπε, επίσης, τα άρθρα του Νίκου Ταμπάκη, «Μαθηματικά και Ιδεαλισμός στη Σύγχρονη Φυσική» (*Ουτοπία*, Μάρτιος-Απρίλιος 1994, σ. 109-119) και «Ο "Νεοπλάτωνισμός" της Σύγχρονης Φυσικής» (*Ουτοπία*, Ιανουάριος-Φεβρουάριος 1995, σ. 147-152), κυρίως όμως το βιβλίο του, *Αναπαράστασεις του Κόσμου* (Εκδόσεις Στάχυ, Αθήνα, 1996), το οποίο συνιστά αυτοτελή μελέτη για το ζήτημα της «παράδοξης ή αναπάντεχης» καταλληλότητας των μαθηματικών για τη διατύπωση των νόμων της φυσικής.
7. Επί παραδείγματι, ο Ian Stewart, ο οποίος στο βιβλίο του *Οι αριθμοί της φύσης* (μετ. Στέλιος Ζαχαρίου, επιμ. Στέλιος Ζαχαρίου και Αλέκος Μάμαλης, εκδόσεις Κάτοπτρο, Αθήνα, 1996), υποστηρίζει ότι τα Μαθηματικά είναι εντελώς «μη πραγματικά», καθώς αποτελούν μία αμειγώς νοητική κατασκευή, ένα τυπικό σύστημα συλλογισμού που μας επιτρέπει να ταξινομούμε και να εκμεταλλευόμαστε τα μορφώματα της φύσης, όποια κι αν είναι και όπου κι αν προκύπτουν.
8. Βλ. την ευστοχη κριτική της από τον Διον. Αναπολιτάνο στο βιβλίο του *Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών*, εκδόσεις Νεφέλη, Αθήνα, 1985.
9. Βλέπε *Quantum – Περιοδικό για τις Φυσικές Επιστήμες και τα Μαθηματικά*, τόμ. 3, τεύχος 1, σσ. 34-37.
10. Βλ., επίσης, πλην του αναφερόμενου στην υπόσημείωση Νο 6 βιβλίου του Νίκου Ταμπάκη *Αναπαράστασεις του Κόσμου*, το βιβλίο του Mark Steiner, *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*, Harvard University Press, Μασσαχουσέτη, 1998, καθώς και τις ακόλουθες δύο βιβλιοκρισίες του: α) από τον Richard Conn Henry, στο *The Mathematical Intelligencer*, Vol. 22, No 2, σσ. 77-79 και β) από τον Michael Liston, στο *Philosophia Mathematica*, Vol. 8, No 2, σσ. 190-207.
11. Βλ. Michael Atiyah, «Creation v. Discovery», στην εφημερίδα *The Times Higher Education* της 29.9.1995. (Ο Michael Atiyah είναι Πρόεδρος της Βασιλικής Εταιρείας του Λονδίνου και τώως Διευθυντής [Master] του Trinity College στο Πανεπιστήμιο Cambridge).
12. Βλ. Noam Chomsky, *Συντακτικές Δομές*, μετ. και επιμ. Φώτης Α. Καβουκόπουλος, εκδόσεις Νεφέλη, Αθήνα, 1991. Βλέπε επίσης Alasdair MacIntyre, «Οι απόψεις του Noam Chomsky για τη γλώσσα», *Δευκαλίων*, τόμος 1 (1970), τεύχος 1, σελ. 43-48, καθώς και John R. Searle, «Η επανάσταση του Chomsky στη Γλωσσολογία», μετάφραση Φ. Καβουκόπουλος, *Δευκαλίων*, τόμ. 7 (1979), τεύχος 27/28, σσ. 253-285.
13. Βλ. την υπερβολική αντιθετική άποψη του John Morgan, στο άρθρο του «The Death of Proof», *Scientific American*, Οκτώβριος 1992, σσ. 74-82.
14. Βλ. Roland Omnès, *Quantum Philosophy*, Princeton University Press, Πρίνστον, σ. 115.
15. Βλ. Jacques Hadamard, *Η ψυχολογία της μαθηματικής επινόησης*, μετ. Στέλιος Ζαχαρίου, επιμ. Στράτος Μάκρας, εκδόσεις Κάτοπτρο, Αθήνα, 1995.
16. Κορνήλιος Καστοριάδης, *Διάλογοι*, εκδόσεις Ύψιλον, 2001, Αθήνα, σσ. 92-93.
17. Καστοριάδης, Κ., *Η Φαντασιακή Θέσμιση της Κοινωνίας*, μετ. Σωτήρης Χαλικιάς, Γιούλη Σπαντιδάκη και Κώστας Σπαντιδάκης, επιμ. Κώστας Σπαντιδάκης, εκδόσεις Ράπτα, Αθήνα, 1978.
- Για τη φύση των Μαθηματικών και της μαθηματικής δραστηριότητας, όπως αυτές γίνονται «αντιληπτές» στο καστοριαδικό φιλοσοφικό σύστημα βλ. επίσης Καστοριάδης, Κ., *Φιλοσοφία και Επιστήμη – Ένας διάλογος με τον Γιώργο Α. Ευαγγελοπούλο*, εκδόσεις Ευρασία, Αθήνα, 2003.
18. Βλέπε John Rawls, *Θεωρία της Δικαιοσύνης*, μετ. Φίλιππος Βασιλόγιαννης, Βασίλης Βουτσάκης, Φίλιππος Παιονίδης, Κωνσταντίνος Παπαγεωργίου, Νίκος Στυλιανίδης και Ανδρέας Τάκης, επιμ. Ανδρέας Τάκης, εκδόσεις Πόλις, Αθήνα, 2001, καθώς και Κωνσταντίνος Α. Παπαγεωργίου, *Η πολιτική δυνατότητα της δικαιοσύνης*, εκδόσεις νήσος, Αθήνα, 1994.
19. Βλ. Brian Rotman, «Out or in here», στην εφημερίδα *The Times Higher Education* της 5.1.1996.
20. Βλ. την κριτική (review) του Stuart Shanker για το βιβλίο των Connes και Changeux στο περιοδικό, *Philosophia Mathematica*, Vol. 6, June 1998, σσ. 241-245.
21. Βλ. G.H. Hardy, *Η Απολογία ενός Μαθηματικού*, μετ. και σχόλια Δημήτρης Καραγιαννάκης και Μιχάλης Λάμπρου, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 1993.

22. Βλ. Stuart Shanker, ό.π., σ. 243.
23. Βλ. Stuart Shanker, ό.π., σ. 243.
24. Βλ. Stuart Shanker, *Wittgenstein's Remarks on the Foundations of AI*, Routledge, Λονδίνο, 1998.
25. Προσ κρίνουμε τον όρο «γνωστικές επιστήμες» έναντι των όρων «γνωσιακές επιστήμες» ή «γνωσιοεπιστήμες». Τη μετάφραση του "cognitive science" ως «γνωσιοεπιστήμη» προτείνει ο Γιώργος Μαχαζώς στον πρόλογο που έγραψε ως μεταφραστής του έργου. Stillings, N.A., Weisler, St.E., κ.ά., *Εισαγωγή στη Γνωσιοεπιστήμη*, ΜΙΕΤ, Αθήνα, 2003, σ. 11-12. Παραταύτα, δεν εξηγεί γιατί πρέπει να προκριθεί ο όρος «γνωσιοεπιστήμη» και έναντι του όρου «γνωστική επιστήμη», που είναι, κατά την γνώμη του γράφοντος, φιλοσοφικά αμφιβέστερος. Επίσης, στο βιβλίο των W.V.Quine και J.S. Ullian, *Ο Ιστός της Πεποιθήσης* (μετ. Εύα Αγαλοπούλου, επιμ. Στάθης Ψύλλος, Leader Books, Αθήνα, 2002), ο όρος "cognitive" αποδίδεται ως «γνωστικό» ή «γνωσιακό» και γίνεται «χρήση και των δύο λέξεων χωρίς νοηματική διάκριση» (βλ. ΣτΕ., σ. 2).
26. Βλ. Michael Agar, *Language Shock*, William Morrow, Νέα Υόρκη, 1994.
27. Βλ. Ludwig Wittgenstein, *Πολιτισμός και αξίες*, μετ. Μυρτώ Δραγώνα-Μονάχου και Κωστής Μ. Κωβαίος, σχόλια Κωστής Μ. Κωβαίος, εκδόσεις Καρδαμίτσα, 1986, Αθήνα, σ. 35.
28. Ο τίτλος του γαλλικού πρωτοτύπου είναι *Matiere a Pensee* (Editions Odile Jacob, Παρίσι, 1989), ενώ ο τίτλος της αγγλικής μετάφρασης είναι *Conversations on Mind, Matter, and Mathematics* (Princeton University Press, Πρίνστον, 1995).
29. Αξίζει, τέλος, να σημειωθεί ότι ο Connes πραγματεύεται θέματα ανάλογα με αυτά που τίθενται στο παρουσάζόμενο βιβλίο και στο μεταγενέστερό του, *Triangle of Thoughts*, στο οποίο συζητεί για τα Μαθηματικά, τη Φυσική και τη Φιλοσοφία με δύο λαμπρούς εκπροσώπους της γαλλικής επιστήμης, τον μαθηματικό και θεωρητικό φυσικό André Lichnerowicz και τον βιολόγο, ψυχίατρο, γλωσσολόγο και αλγέβριστή Marcel Paul Schützenberger, έναν πραγματικά αναγεννησιακό άνθρωπο. Αναφέρομαι στο έργο των Alain Connes, A. Lichnerowicz και M.P. Schützenberger, *Triangle de pensées*, Editions Odile Jacob, Παρίσι, 2000 (η αγγλική μετάφραση του είναι: *Triangle of Thoughts*, American Mathematical Society, Πρόβιντς, 2001).



Paul Klee, Παιδιά ταμένα στον πόνο