

Το ασήμαντον και το εσφαλμένον του λεγόμενου Θεμελιώδους Μαρξικού Θεωρήματος: θετική (μη θετική) υπεραξία με μη θετικά (θετικά) κέρδη*

του
Θεόδωρου Μαριόλη

I. Εισαγωγή

1. Σύμφωνα με την κυρίαρχη αντίληψη, η ακόλουθη πρόταση (γνωστή ως θεμελιώδες Μαρξικό Θεώρημα (Θ.Μ.Θ.) – βλ. Okishio (1955), (1963), (1974), (1976), Morishima/Seton (1961), Morishima (1975)): «οι τιμές παραγωγής και το ενιαίο ποσοστό κέρδους είναι θετικά μεγέθη όταν και μόνον όταν η υπεραξία είναι θετική»¹ έχει καθοριστική σημασία για τη μαρξική θεωρία της αξίας/υπεραξίας, διότι (στο βαθμό που είναι αληθής):

A. Αποδεικνύει ότι πηγή του κέρδους είναι η υπεραξία ή, ισοδύναμα, ότι το κέρδος είναι η μορφή εμφάνισης της υπεραξίας. Ως εκ τούτου, τόσο η

* Στις βασικές διαπιστώσεις της παρούσης είχα καταλήξει το καλοκαίρι του 1997 (Μαριόλης (1997)) και εν συνεχεία τις παρουσίασα στον Γιώργο Σταμάτη. Ωστόσο, η ακριβής οικονομική ερμηνεία τους και κυρίως η απόδειξη της συμβατότητάς τους με τον πυρήνα της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας προϋπέθεταν την περαιτέρω επεξεργασία της «γενικής θεωρίας του κέρδους» του V.K. Dmitriev (σε σχέση με τα αποτελέσματα στα οποία είχα καταλήξει στο Μαριόλης (1996)) και την επίλυση του λεγόμενου ζητήματος του «μετασχηματισμού των αξιών σε τιμές». Η παρούσα γράφτηκε στο διάστημα Νοέμβριος '98 - Μάιος '99, αφού πρώτα τα εν λόγω ζητήματα είχαν επιλυθεί (Μαριόλης (1998), (1998α), Mariolis (1998), Σταμάτης (1998)). Για εκτενείς συζητήσεις πάνω στο αντικείμενο και τα συμπεράσματά της, οι οποίες με βοήθησαν σημαντικά, ευχαριστώ τους Γιώργο Σταμάτη, Γιώργο Σωτήρχο και την Ρενέττα Λουκά.

1. Ο πρώτος που απέδειξε την πρόταση αυτή, στα πλαίσια ωστόσο ενός «αυστριακού» υποδείγματος, ήταν ο V.K. Dmitriev το 1898 (για τη συμβολή του Dmitriev στην οικονομική θεωρία: Μαριόλης (1996)). Ο N. Okishio έδωσε την απόδειξή της το 1955 (χωρίς, σύμφωνα με όλες τις ενδείξεις, να γνωρίζει την εργασία του Dmitriev), στα πλαίσια μη διασπώμενων τεχνικών à la Leontief-Sraffa. Στην §13, σημείο Γ, της παρούσης προσδιορίζουμε επακριβώς τη σχετική θέση του Okishio, η οποία είναι πιο σύνθετη από ό,τι γενικά πιστεύεται.

απορρέουσα από τη λεγόμενη «οριακή θεωρία της κατανομής» σχετική νεοκλασική αντίληψη (: επειδή το ποσοστό κέρδους ισούται με την τιμή του οριακού προϊόντος του κεφαλαίου, έπεται ότι πηγή του κέρδους είναι η παραγωγική δύναμη του κεφαλαίου) όσο και η σχετική νεοοικονομική αντίληψη (: πηγή του κέρδους είναι η παραγωγή ενός θετικού ή ημιθετικού υπερπροϊόντος ή, ισοδύναμα, επειδή το κέρδος είναι θετικό όταν και μόνον όταν το υπερπροϊόν είναι θετικό ή ημιθετικό, έπεται ότι η ύπαρξη θετικού ή ημιθετικού υπερπροϊόντος συνιστά το λόγο ύπαρξης θετικού κέρδους) αποδεικνύονται εσφαλμένες².

- B.** Αποτελεί –παρά: α) το εσφαλμένον της μαρξικής λύσης του λεγόμενου προβλήματος του «μετασχηματισμού των αξιών σε τιμές παραγωγής», β) το γεγονός ότι ο προσδιορισμός των τιμών δεν προαπαιτεί τον προσδιορισμό των αξιών και γ) τις πράγματι υφιστάμενες αποκλίσεις των τιμών από τις αξίες, τόσο στα επιμέρους εμπορεύματα όσο και στο συνολικό οικονομικό σύστημα (: παραβίαση της λεγόμενης «μαρξικής διπλής ισότητας»)- το συνδετικό κρίκο ανάμεσα στα ασύμμετρα και έχοντα ασθενή ποσοτική συσχέτιση συστήματα των αξιών και των τιμών (για την αναλυτική παρουσίαση του λεγόμενου προβλήματος του «μετασχηματισμού» και την επίλυσή του: Μαριόλης (1998), (1998α)).

2. Στα ακόλουθα θα αποδείξουμε το ασήμαντον και το εσφαλμένον του λεγόμενου Θ.Μ.Θ. Στο *Μέρος II* αναπτύσσουμε τέσσερις εναλλακτικές (και ισοδύναμες ως προς το ζήτημα που μας απασχολεί) απεικονίσεις ενός *μη διασπώμενου* συστήματος απλής παραγωγής (single production), το οποίο χρησιμοποιεί μια γραμμική τεχνική à la Leontief/Sraffa, στα πλαίσια των οποίων αποδεικνύουμε ότι η θετικότητα της υπεραξίας αποτελεί, *απλώς και μόνον*, μία από τις συνθήκες εκείνες, τις οποίες προϋποθέτει η ύπαρξη θετικού ποσοστού κέρδους και θετικών τιμών παραγωγής και οι οποίες εγγυώνται την ύπαρξη αυτή. Προφανώς, αυτό αποδεικνύει ότι η ορθότητα της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας δεν δύναται να θεμελιωθεί επί της λογικής που διέπει το λεγόμενο Θ.Μ.Θ. – δηλαδή, δεν δύναται να θεμελιωθεί

2. Για τη διεξοδική κριτική αυτών των αντιλήψεων: Σταμάτης (1991), σσ. 145-58, (1995), τ. 1., σσ. 462-520 (1998), *Μέρος II*, (1998α), Stamatis (1979). Η «απαγωγική θεωρία» του κέρδους του Bortkiewicz (1907), pp. 446-7, συγκροτεί μια φαινομενικά ορθή κριτική της νεοκλασικής αντίληψης. Ωστόσο, η θεωρία αυτή είναι θεμελιωδώς εσφαλμένη: Stamatis (1979), (1984), (1988), Μαριόλης (1997α), Mariolis (1998α).

θετικιστικά. Στο *Μέρος III* αποδεικνύουμε ότι στα διασπώμενα συστήματα απλής παραγωγής το υπό εξέτασιν θεώρημα αστοχεί: θετική υπεραξία συνυπάρχει με θετικό ποσοστό κέρδους και με μηδενικές, αρνητικές, τείνουσες στο άπειρο, μη οριζόμενες (εν γένει μη θετικές και έτσι μη έχουσες οικονομικό νόημα) τιμές παραγωγής ή μηδενική υπεραξία συνυπάρχει με θετικό ποσοστό κέρδους και με ημιθετικές τιμές παραγωγής. Η δια της χρήσης των αποτελεσμάτων του *Μέρους II* ερμηνεία αυτών των «παράδοξων» καταστάσεων ανοίγει, με τη σειρά της, δύο ζητήματα:

- A. Αποδεικνύει ολοκληρωτικά το ασήμαντον και το εσφαλμένον του Θ.Μ.Θ., και συνεπώς:
- B. Εμφανίζει ως παντελώς αβάσιμη τη μαρξική θεωρία της αξίας/υπεραξίας. Ενώ, δηλαδή, η αναλυτική ορθότητα του Θ.Μ.Θ. δεν θα θεμελιώνει οριστικά τη μαρξική θεωρία (αλλά απλώς θα απεδείκνυε ότι αυτή δύναται να είναι ορθή), το εσφαλμένον του Θ.Μ.Θ. –φαίνεται ότι– αναδεικνύει ως παντελώς αβάσιμη τη μαρξική θεωρία (διότι είναι αδύνατον να θεμελιωθεί ποτέ μια θεωρία, η οποία έχει a priori αποδειχτεί εσφαλμένη στο αναλυτικό επίπεδο).

Ωστόσο, στο *Μέρος IV* της παρούσης εφαρμόζοντας την προσφάτως αναπτυχθείσα στα Μαριόλης (1998), (1998α), *Μέρος III*, Σταμάτης (1998), σσ. 120-41, 169-73, 186-88, (1998α), σσ. 23-31 έκθεση της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας (η οποία διαφορίζεται ουσιωδώς απ’ αυτήν που ενέχεται στη διατύπωση του Θ.Μ.Θ.), αποδεικνύουμε ότι το ασήμαντον και το εσφαλμένον του λεγόμενου Θ.Μ.Θ. δεν θίγει επ’ ουδενί τη μαρξική θεωρία της αξίας/υπεραξίας.

II. Εναλλακτικές απεικονίσεις ενός μη διασπώμενου συστήματος απλής παραγωγής και το Θ.Μ.Θ.

3. Έστω μια γραμμική τεχνική απλής παραγωγής $[A, \ell]$ à la Leontief - Sraffa. Η μήτρα A , $A \equiv [a_{ij}] \geq 0$, συμβολίζει την $n \times n$ μήτρα των τεχνικών συντελεστών, το στοιχείο a_{ij} της οποίας παριστά την για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος j (ως ακαθάριστου προϊόντος) αναγκαία ποσότητα του εμπορεύματος i ($i, j = 1, 2, \dots, n$), ενώ το διάνυσμα $\ell \equiv [\ell_j] > 0$, συμβολίζει το θετικό $1 \times n$ διάνυσμα των εισροών σε άμεση, ομοιογενή εργασία, η συνιστώσα ℓ_j του οποίου παριστά την για την παραγωγή μιας μονάδας του

εμπορεύματος j (ως ακαθάριστου προϊόντος) αναγκαία ποσότητα άμεσης εργασίας.

Υποθέτουμε ότι ισχύουν κατ' αρχάς τα εξής:

- Y_1 . Η περίοδος παραγωγής είναι η αυτή για όλα τα εμπορεύματα.
- Y_2 . Όλα τα μέσα παραγωγής φθείρονται εξ ολοκλήρου κατά τη διάρκεια της περιόδου παραγωγής (απουσία παγίου κεφαλαίου).
- Y_3 . Παράγονται μόνον βασικά εμπορεύματα (για τις έννοιες των βασικών / μη βασικών εμπορευμάτων: Sraffa ([1960], 1985), σσ. 31-3). Επομένως η μήτρα A είναι μη διασπώμενη.
- Y_4 . Η τεχνική $[A, l]$ είναι παραγωγική. Ως γνωστόν (βλ. π.χ. Σταμάτης (1995), τ. 1, σσ. 17-44), αυτό αφενός σημαίνει ότι μέσω της τεχνικής $[A, l]$ είναι δυνατόν να παραχθεί οποιοδήποτε θετικό ή ημιθετικό $n \times 1$ διάνυσμα καθαρού προϊόντος Y ($Y \equiv (IX) - (AX)$, όπου X το $n \times 1$ διάνυσμα των επιπέδων λειτουργίας των διαδικασιών της τεχνικής, (IX) το $n \times 1$ διάνυσμα του ακαθάριστου προϊόντος του συστήματος, I η μοναδιαία $n \times n$ μήτρα και (AX) το $n \times 1$ διάνυσμα των φθαρέντων μέσων παραγωγής) αφετέρου ισοδυναμεί με την υπόθεση ότι μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή λ_A της A είναι μικρότερη της μονάδας. Δηλαδή, ισχύει:

$$\lambda_A < 1 \Leftrightarrow [I - A]^{-1} > 0 \Leftrightarrow \{\forall Y > (\geq) 0, \exists X: X > 0\} \quad (1)$$

- Y_5 . Οι μισθοί καταβάλλονται εξ ολοκλήρου στην αρχή της περιόδου παραγωγής και συνεπώς αποτελούν μέρος του προκαταβεβλημένου συνολικού κεφαλαίου. Το θετικό ή ημιθετικό $n \times 1$ διάνυσμα d συμβολίζει την εξ υποθέσεως εξωγενώς δεδομένη σύνθεση του πραγματικού ωρομισθίου και ο πραγματικός αριθμός c ($c \geq 0$) συμβολίζει το ύψος του εν λόγω πραγματικού ωρομισθίου. Συνεπώς ισχύει εξ ορισμού:

$$w \equiv p(cd) \quad (2)$$

όπου w το ονομαστικό ωρομίσθιο και p το $1 \times n$ διάνυσμα των τιμών των παραγομένων εμπορευμάτων (πλην εργασιακής δύναμης).

Στη βάση αυτών των υποθέσεων, η ποσότητα της άμεσης και της έμμεσης εργασίας ω_j που απαιτείται για την παραγωγή του εμπορεύματος j (δηλ. *ό,τι συνήθως θεωρείται ως η αξία του κατά τους Κλασικούς και τον Marx*) προσδιορίζεται από το ακόλουθο σύστημα και είναι, προφανώς (βλ. σχέση (1)), θετική:

$$\omega \equiv \omega A + \ell \Rightarrow \omega \equiv \ell [I - A]^{-1} \equiv \sum_{t=0}^{\infty} \ell A^t \tag{3}$$

όπου $\omega > 0$ το 1^η διάνυσμα των αξιών των εμπορευμάτων. Εάν, τέλος, υποθέσουμε ότι τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται στις αναλογίες εκείνες, οι οποίες κατανέμουν το σύνολο των κερδών (του συστήματος) στους επιμέρους κλάδους κατ’ αναλογία με την ποσότητα του προκαταβεβλημένου ονομαστικού κεφαλαίου τους και οι οποίες, επομένως, οδηγούν στη διαμόρφωση ενός ενιαίου διακλαδικού ποσοστού κέρδους r , τότε το διάνυσμα των τιμών $p = p^*$ (τιμές παραγωγής) προσδιορίζεται από το ακόλουθο σύστημα (αναλυτικά: Σταμάτης (1992), Κεφ. I, Μαριόλης (1998α), §4-5):

$$p^* = (p^* A + w^* \ell)(1 + r), \quad w^* \equiv p^* (cd) \tag{4}$$

ή (ισοδύναμα)

$$p^* = p^* H r + w^* \omega (1 + r), \quad H \equiv A [I - A]^{-1} \tag{4α}$$

ή (ισοδύναμα)

$$p^* = p^* B (1 + r), \quad B \equiv A + cd \ell \tag{4β}$$

όπου H η μήτρα των καθέτως ολοκληρωμένων τεχνικών συντελεστών (βλ. Pasinetti (1973), pp. 2-9) και B η κατά τους πραγματικούς μισθούς συμπληρωμένη μήτρα των τεχνικών συντελεστών. Ως εκ τούτου, το οικονομικά σημαντικό διάστημα ορισμού του ποσοστού κέρδους (δηλ. το διάστημα εκείνο, στο οποίο το p^* είναι θετικό και τα c, r είναι ημιθετικά) είναι το: $[0, R]$, όπου $R \equiv (1 - \lambda_A) / \lambda_A$, η μέγιστη –οικονομικά σημαντική– τιμή του ποσοστού κέρδους. Πιο συγκεκριμένα, όπως εξάγεται άμεσα από την εφαρμογή των θεωρημάτων των Perron-Frobenius (για μη αρνητικές μήτρες) στις (4), (4α), (4β), ισχύουν τα εξής (για τις αποδείξεις: π.χ. Μαριόλης (1992), (1996), §10-11):

$$\{p^* > 0, c \geq 0 \text{ και } r \geq 0\} \Leftrightarrow r \in [0, R] \tag{5}$$

$$\{p^* > 0 \text{ και } 0 \leq c \leq (1/\omega d)\} \Leftrightarrow r \in [0, R] \tag{5α}$$

$$r = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1 \Leftrightarrow \omega cd = 1 \tag{5β}$$

$$r \in (0, R) \Leftrightarrow \lambda_A < \lambda < 1 \Leftrightarrow \omega cd < 1 \tag{5γ}$$

$$r = R \Leftrightarrow \lambda_A = \lambda \Leftrightarrow c = 0 \tag{5δ}$$

όπου λ η μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή της μήτρας B .

Επομένως, το ενιαίο ποσοστό κέρδους και οι τιμές των εμπορευμάτων³ είναι θετικά μεγέθη όταν και μόνο όταν η αξία του πραγματικού ωρομισθίου είναι μικρότερη της μονάδας. Ήτοι, όταν και μόνον όταν η υπεραξία S είναι θετική⁴ (Θ.Μ.Θ.):

$$\begin{aligned} S &\equiv \omega U \equiv \omega[Y - (cd\ell X)] \equiv [1 - (\omega cd)]\ell X \Rightarrow \\ S &\geq 0 \Rightarrow \omega cd \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

όπου $U \equiv Y - (cd\ell X) \equiv [I - B]X$ το $n \times 1$ διάνυσμα του υπερπροϊόντος του συστήματος, το οποίο, όταν $\lambda < 1$, δύναται να είναι θετικό ή ημιθετικό ή, τέλος, να περιέχει –πλην θετικών– μηδενικές και αρνητικές συνιστώσες⁵.

4. Έστω, τώρα, m_{ij} η ποσότητα του εμπορεύματος i , η οποία απαιτείται συνολικά (δηλ. άμεσα και έμμεσα) για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος j (ως ακαθάριστου προϊόντος), στη βάση της συμπληρωμένης μήτρας των τεχνικών συντελεστών B . Οι ποσότητες m_{ij} προσδιορίζονται, συνεπώς, από το σύστημα:

$$M \equiv \tilde{M}B \quad (7)$$

ή (ισοδύναμα)

$$\begin{aligned} [m_{k1}, m_{k2}, \dots, m_{kn}] [I - B] &\equiv (1 - m_{kk})b_k \Leftrightarrow \\ [m_{k1}, m_{k2}, \dots, m_{kn}] [I - B_k] &\equiv b_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (7a)$$

όπου $M \equiv [m_{ij}]$, $\tilde{M}$ η $n \times n$ μήτρα, η οποία προκύπτει από τη μήτρα M , όταν αντικαταστήσουμε όλα τα στοιχεία της πρωτεύουσας διαγωνίου της με τη μονάδα, b_k η k γραμμή της B και B_k η $n \times n$ μήτρα, η οποία προκύπτει από τη B , όταν αντικαταστήσουμε όλα τα στοιχεία της k γραμμής της με το μηδέν. Επομένως:

-
3. Προφανώς (βλ. (4β)) το p^* συνιστά αριστερό ιδιοδιάνυσμα της B , συνδεδεμένο με την ιδιοτιμή λ .
 4. Από τον ορισμό των Y , ω προκύπτει: $\omega Y \equiv \ell X$.
 5. Όταν $\lambda < 1$ (> 1), το U περιέχει μία τουλάχιστον θετική (αρνητική) συνιστώσα. Για την απόδειξη αρκεί να πολλαπλασιάσουμε (εξ αριστερών) τη σχέση ορισμού του U με το p^* . Με τον ίδιο τρόπο αποδεικνύεται ότι όταν ισχύει $\lambda = 1$ και το X διαφέρει από το δεξιό ιδιοδιάνυσμα της B , το οποίο αντιστοιχεί στην λ , τότε το U περιέχει μία τουλάχιστον αρνητική και μία τουλάχιστον θετική συνιστώσα. Τέλος, όπως είναι προφανές, όταν ισχύει $\lambda = 1$ και το X συμπίπτει με το προαναφερθέν ιδιοδιάνυσμα, τότε $U = 0$.

α) Εάν $\sigma_{ii} \neq 0$, τότε:

$$1 - m_{ii} \equiv (\det[I - B]) / \sigma_{ii} \quad (8)$$

$$m_{ij} = \sigma_{ji} / \sigma_{ii}, \quad i \neq j \quad (8a)$$

όπου $\det[I - B]$ η ορίζουσα της $[I - B]$ και σ_{ii} , σ_{ji} , τα αλγεβρικά συμπληρώματα των στοιχείων ii και ji (αντιστοίχως) της μήτρας $[I - B]$.

β) Εάν $\lambda \neq 1$, τότε:

$$[m_{ij} / (1 - m_{ii})] \equiv \bar{h}_{ij} \quad (8\beta)$$

όπου $\bar{H} \equiv [\bar{h}_{ij}] \equiv B[I - B]^{-1}$ η συμπληρωμένη κατά τους πραγματικούς μισθούς μήτρα των καθέτως ολοκληρωμένων τεχνικών συντελεστών.

γ) Εάν συμβολίσουμε με q^* το συνδεδεμένο με την ιδιοτιμή λ δεξιό ιδιοδιάνυσμα της B , τότε, από την (7), προκύπτει:

$$[M - (\lambda \tilde{M})]q^* \equiv 0 \quad (9)$$

Από την εφαρμογή των θεωρημάτων των Perron - Frobenius (για μη αρνητικές μήτρες) στα συστήματα (7α) και (9) προκύπτουν άμεσα τα εξής⁶ (για ορισμένες επιπρόσθετες ιδιότητες του (7), οι οποίες όμως δεν ενδιαφέρουν άμεσα εδώ: Mariolis (1998)):

$$\lambda \leq 1 \Leftrightarrow \{m_{ij} > 0, m_{ii} \leq \lambda, \forall i, j\} \quad (10)$$

$$\exists k: \{m_{kj} > 0, \forall j \text{ και } m_{kk} \geq 1\} \Rightarrow \lambda \geq 1 \quad (11)$$

$$\exists k: \{m_{kj} > 0, \forall j \neq k \text{ και } \lambda > 1\} \Rightarrow m_{kk} > \lambda \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \exists k: m_{kk} = 1 &\Rightarrow m_{ii} = \lambda = 1, \forall i \Rightarrow M[I - B] = 0 \\ &\Rightarrow m_{ij} = p_j^* / p_i^*, \forall i, j \end{aligned} \quad (13)$$

όπου p_j^* και p_i^* η j και η i συνιστώσα του αριστερού ιδιοδιανύσματος p^* της B , το οποίο αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή λ .

6. Εμφανώς, το λ εκφράζει τις μονάδες του q^* που απαιτούνται συνολικά για την παραγωγή μιας μονάδας του q^* . Όπως εύκολα αποδεικνύεται δεν υπάρχει άλλο θετικό ή ημιθετικό σύνθετο εμπόρευμα, του οποίου τα συνολικά απαιτούμενα για την παραγωγή του μέσα παραγωγής και μισθιακά εμπορεύματα να έχουν την ίδια σύνθεση με αυτό το ίδιο.

Τέλος, και εάν υποθέσουμε ότι ισχύει: $\lambda \leq 1$, από τα συστήματα (4β) και (7α) προκύπτει ότι το «κόστος παραγωγής» κάθε εμπορεύματος δύναται να αναχθεί στο «κόστος παραγωγής» του εμπορεύματος k ως εξής⁷ ($v \equiv 1 + r$):

$$\begin{aligned} p^* &= [p^*(B_k v)] + [p_k^*(b_k v)] \Leftrightarrow \\ p^* &= (p_k^*) [(b_k v) [I - (B_k v)]^{-1}] \Leftrightarrow \\ p^* &= (p_k^*) [m_{k1}(v), m_{k2}(v), \dots, m_{kn}(v)] \Leftrightarrow \\ (p_j^* / p_k^*) &= m_{kj}(v), \quad \forall j \neq k \end{aligned} \quad (14)$$

$$1 = m_{kk}(v) \quad (14\alpha)$$

και (εάν εφαρμόσουμε την προαναφερθείσα αναγωγή για κάθε $k=1,2,\dots,n$):

$$(p_j^* / p_i^*) = m_{ij}(v), \quad \forall i, j \quad (15)$$

$$1 = m_{ii}(v), \quad \forall i \quad (15\alpha)$$

όπου (σύγκρινε με το σύστημα (7)) $m_{ij}(v)$ η ποσότητα του εμπορεύματος i , η οποία απαιτείται συνολικά για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος j (ως ακαθάριστου προϊόντος), στη βάση της συμπληρωμένης μήτρας των τεχνικών συντελεστών (Bv) . Όπως εύκολα αποδεικνύεται, για τις ποσότητες m_{ij} και $m_{ij}(v)$ ισχύει το εξής:

$$m_{ij} = m_{ij}(v) \Leftrightarrow r = 0 \quad (16)$$

$$m_{ij} < m_{ij}(v) \Leftrightarrow r \in (0, R] \quad (16\alpha)$$

5. Έστω, παράλληλα, f_{ik} οι ποσότητες των εμπορευμάτων (μέσα παραγωγής και μισθιακά εμπορεύματα) που απαιτούνται για την παραγωγή ενός ακαθάριστου προϊόντος, το οποίο αποτελείται από f_{ik} μονάδες του εμπορεύματος i , $i \neq k$, και από μία μονάδα του εμπορεύματος k . Προφανώς, οι ποσότητες f_{ik} προσδιορίζονται από το ακόλουθο σύστημα:

$$F \equiv B\tilde{F} \quad (17)$$

7. Ως γνωστόν, η αναγωγή αυτή εφαρμόστηκε κατά πρώτον από τον Dmitriev ([1898], 1974), pp. 58-63, στα πλαίσια ενός «αυστριακού» μοντέλου. Για τη γενίκευσή της: Μαριόλης (1996), Mariolis (1998).

όπου $F \equiv [f_{ij}]$ και $\tilde{F}$ η $n \times n$ μήτρα, η οποία προκύπτει από τη μήτρα F , όταν αντικαταστήσουμε όλα τα στοιχεία της πρωτεύουσας διαγωνίου της με τη μονάδα. Ως εκ τούτου, για τις ποσότητες f_{ij} ισχύει κατ' αναλογία ό,τι ισχύει για τις ποσότητες m_{ij} (σύγκρινε τα συστήματα (7) και (17)) και πρωτίστως τα εξής:

$$\lambda \neq 1 \Rightarrow [f_{ij}/(1-f_{ij})] \equiv \bar{g}_{ij} = \bar{h}_{ij} \Rightarrow f_{ij} \equiv (\sigma_{ii}/\sigma_{ji})m_{ij} \quad (18)$$

$$\lambda \leq 1 \Leftrightarrow \{f_{ij} > 0, f_{ii} \leq \lambda, \forall i, j\} \quad (19)$$

$$\exists i: f_{ii} = 1 \Rightarrow f_{ii} = \lambda = 1, \forall i \Rightarrow f_{ij} = q_i^*/q_j^*, \forall i, j \quad (20)$$

όπου $\bar{G} \equiv [\bar{g}_{ij}] \equiv [I-B]^{-1}B = \bar{H}$ (οι μήτρες $\bar{G}$ και $\bar{H}$ είναι ίσες εξαιτίας της εξ υποθέσεως ύπαρξης απλής παραγωγής: Pasinetti (1973), pp. 17-24) και q_i^* , q_j^* η i και η j συνιστώσα του δεξιού ιδιοδιανύσματος q^* της B .

Ας υποθέσουμε ότι ισχύει: $\lambda \leq 1$ και ας θεωρήσουμε το σύνηδες (*à la Marx - Neumann*) σύστημα αναλογικής μεγέθυνσης, το οποίο αντιστοιχεί στη μήτρα B :

$$x^* = Bx^*u, u \equiv 1 + e = (1/\lambda) \geq 1 \quad (21)$$

όπου (Ix^*) το $n \times 1$ διάνυσμα των ακαθάριστων εκροών ανά μονάδα απασχολούμενης εργασίας και e ο εξ υποθέσεως ενιαίος ρυθμός μεγέθυνσης του συστήματος. Όπως εύκολα αποδεικνύεται, από τις σχέσεις (18) έως (21) έπονται τα εξής:

$$x^* = [(B_k^T u)x^*] + [(b_k^T u)x_k^*], \forall k \Rightarrow$$

$$(x_i^*/x_j^*) = (q_i^*/q_j^*) = f_{ij}(u), \forall i, j \quad (22)$$

$$1 = f_{ij}(u), \forall i \quad (22a)$$

όπου B_k^T η $n \times n$ μήτρα, η οποία προκύπτει από την B , όταν αντικαταστήσουμε όλα τα στοιχεία της k στήλης της με το μηδέν, b_k^T η k στήλη της B , x_k^* η k συνιστώσα του x^* και $f_{ij}(u)$ οι προαναφερθείσες ποσότητες f_{ij} υπολογισμένες, όμως, στη βάση της μήτρας (Bu) .

6. Είναι, τέλος, εμφανές ότι το αποτελούμενο από τις εξισώσεις (2) και (4) σύστημα δύναται να γραφεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
 [p^*, w^*] &= [p^*, w^*] \begin{bmatrix} A v & c d \\ \ell v & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \\
 [p^*, w^*] &= [p^*, w^*] \left(\begin{bmatrix} A & c d \\ \ell & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A \theta' \\ \ell & 0 \end{bmatrix} r \right) \Leftrightarrow \\
 [p^*, w^*] &= [p^*, w^*] (B' + B'' r) \tag{23}
 \end{aligned}$$

όπου θ' το $n \times 1$ μηδενικό διάνυσμα και B', B'' τετραγωνικές $(n+1) \times (n+1)$ μήτρες, οι οποίες συντίθενται (κατά τρόπο που ενέχεται στα αμέσως προηγούμενα) από τη μήτρα A και τα διανύσματα ℓ, cd . Βάσει αυτών έπεται ότι: α) το σύστημα (23) δύναται να θεωρηθεί ως το σύστημα προσδιορισμού των τιμών μιας μη διασπώμενης τεχνικής παραγωγής $n+1$ εμπορευμάτων (η B' είναι η μήτρα τεχνικών συντελεστών της τεχνικής αυτής), εκ των οποίων τα n πρώτα συνιστούν καπιταλιστικά παραγόμενα εμπορεύματα (ήτοι εμπορεύματα των οποίων η τιμή περιέχει –θετικό, ίσο με το μηδέν ή αρνητικό– κέρδος) και το εμπόρευμα $n+1$ (δηλ. η εργασιακή δύναμη) συνιστά ένα μη καπιταλιστικά παραγόμενο εμπόρευμα, το οποίο, επιπλέον, δεν εισέρχεται άμεσα στην ίδια του την (ανα-)παραγωγή (για την περίπτωση που εισέρχεται: Σταμάτης (1990), σσ. 45-7, (1994), σσ. 106-20), β) το $1 \times (n+1)$ διάνυσμα $[p^*, w^*]$ συνιστά αριστερό ιδιοδιάνυσμα της μήτρας $(B' + B'' r)$ συνδεδεμένο με την –ίση με τη μονάδα– μέγιστη ιδιοτιμή της και, επομένως, η μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή λ' της B' είναι (επειδή η μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή μιας μη διασπώμενης ημιθετικής μήτρας συνιστά γνησίως αύξουσα συνάρτηση των στοιχείων αυτής), για $r \in (0, R]$, μικρότερη από τη μονάδα, γ) για $r \in (0, R)$, η λ' είναι μεγαλύτερη από την⁸ λ , δ) για $r=0$ ($\Leftrightarrow \omega cd=1$) ισχύει: $\lambda=\lambda'=1$, και για $r=R$ ισχύει: $\lambda=\lambda'=\lambda_A (<1)$.

Ας συμβολίσουμε, τώρα, με $m'_{\beta\gamma}$ την ποσότητα του εμπορεύματος β , η οποία απαιτείται *συνολικά* για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύμα-

8. Απόδειξη: Από την εφαρμογή ενός γνωστού θεωρήματος για τις μη αρνητικές, μη διασπώμενες μήτρες (βλ. π.χ. Bródy (1974), pp. 70-1) προκύπτει το εξής:

$$[p^*, w^*] B' = [p^* B, w^*] = [\lambda p^*, w^*] \Rightarrow \lambda < \lambda' < 1$$

τος γ (ως ακαθάριστου προϊόντος), στη βάση της μήτρας B' ($\beta, \gamma = 1, 2, \dots, n+1$). Συνεπώς, οι ποσότητες $m'_{\beta\gamma}$ προσδιορίζονται κατ' αναλογία με τις ποσότητες m_{ij} και, όπως εύκολα αποδεικνύεται, ισχύουν τα εξής:

$$m'_{\beta\gamma} \equiv m_{ij}, \quad \forall \beta, \gamma \neq n+1 \quad (24)$$

$$m'_{\beta\gamma} \equiv \omega_j, \quad \beta = n+1, \gamma \neq n+1 \quad (24\alpha)$$

$$m'_{\beta\gamma} \equiv \omega_{cd}, \quad \beta = \gamma = n+1 \quad (24\beta)$$

$$\lambda' \leq 1 \Leftrightarrow \{m'_{\beta\gamma} > 0, m'_{\beta\beta} \leq \lambda', \forall \beta, \gamma\} \quad (24\gamma)$$

$$w^* > 0 \Rightarrow [p^*, w^*] = w^* [\omega(v), \omega(v)cd] \Rightarrow$$

$$p_i^* / p_j^* = \omega_i(v) / \omega_j(v) \quad (25)$$

$$1 = \omega(v)cd \quad (25\alpha)$$

όπου οι (25), (25α) προκύπτουν από τη διαδικασία αναγωγής του «κόστους παραγωγής» καθενός εκ των $n+1$ εμπορευμάτων στο κόστος παραγωγής του εμπορεύματος εργασιακή δύναμη και $\omega(v)$ ένα $1 \times n$ διάνυσμα, του οποίου συνιστώσες είναι οι ποσότητες $m'_{\beta\gamma}$, $\beta = n+1, \gamma \neq n+1$ (βλ. (24α)) υπολογισμένες, όμως, στη βάση της μήτρας $(B' + B''r)$ ή, ισοδυνάμως, οι λεγόμενες αξίες των εμπορευμάτων υπολογισμένες, όμως, στη βάση της τεχνικής $[A_n, l_n]$ (δηλ. οι λεγόμενες v -αξίες των).

7. Από τις τέσσερις αυτές εναλλακτικές (και ισοδύναμες ως προς το ζήτημα που μας απασχολεί) απεικονίσεις ενός μη διασπώμενου συστήματος απλής παραγωγής, οι οποίες θεμελιώνονται αντιστοίχως στις εξισώσεις (4β), (7), (17), (23), έπονται τα εξής:

Α. Το ότι οι σχετικές τιμές παραγωγής, καίτοι αποκλίνουν από τις αντίστοιχες σχετικές αξίες (λεγόμενο «πρόβλημα του μετασχηματισμού»), ισούνται (για $w^* > 0$) με τις αντίστοιχες v -αξίες (βλ. εξίσωση (25)), δεν αποδεικνύει την ύπαρξη κάποιας ιδιαίτερης σχέσης ανάμεσα στις τιμές και τις λεγόμενες αξίες (έμμεσης έστω – μια και διαμεσολαβείται από το r), διότι οι σχετικές τιμές σχετίζονται ισοδυνάμως και με τις ποσότητες $m_{ij}(v)$ (βλ. εξίσωση (15)). Δηλαδή, οι σχετικές τιμές παραγωγής δύνανται να αναχθούν (διαμέσου του r) στις άμεσα και έμμεσα ξοδεμένες ποσότητες οποιουδήποτε εμπορεύματος (συμπεριλαμβανομένου του εμπορεύματος εργασιακή δύναμη).

Συνεπώς και το κέρδος, το οποίο δεν αποτελεί παρά την τιμή του υπερπροϊόντος (δηλ. την τιμή ενός συγκεκριμένου εμπορεύματος), δεν δύναται να αναχθεί *μονοσήμαντα* στις άμεσα και έμμεσα ξοδευόμενες στην παραγωγή του υπερπροϊόντος ποσότητες εργασιακής δύναμης⁹.

Β. Ειδικότερα, η μαρξική θεωρία της αξίας/υπεραξίας, ως θεωρία ύπαρξης του κέρδους, δεν δύναται να θεμελιωθεί θετικιστικά, διότι οι (5β), (5γ) και (6) συγκροτούν, απλώς και μόνον, *μία* από τις συνθήκες εκείνες (αναγκαίες και ικανές), οι οποίες εξασφαλίζουν τη θετικότητα των r, p^* . Διαφορετικά ειπωμένο, το λεγόμενο Θ.Μ.Θ. συγκροτεί μια *ειδική συνθήκη κερδοφορίας*, διότι υφίσταται μια *γενική συνθήκη κερδοφορίας*, της οποίας η θετικότητα της υπεραξίας αποτελεί μία από τις επιμέρους εκφράσεις της. Πράγματι, από τις σχέσεις (5β), (5γ), (5δ), (6), (10), (19), (24) εξάγεται η ακόλουθη γενική συνθήκη:

$$(p^*, r) > 0 \Leftrightarrow \lambda < 1 \Leftrightarrow \omega c d < 1 \Leftrightarrow S > 0 \Leftrightarrow \{m_{ij} > 0, m_{ii} < 1\} \\ \Leftrightarrow \{f_{ij} > 0, f_{ii} < 1\} \Leftrightarrow \lambda' < 1 \Leftrightarrow \{m'_{\beta\gamma} > 0, m'_{\beta\beta} < 1\} \quad (\Gamma.Σ.Κ.)$$

9. Άλλωστε και η εξ ορισμού ισχύς των:

$$\omega[I-A]X \equiv \omega Y \equiv \ell X \\ \omega U \equiv [1-(\omega c d)]\ell X \Leftrightarrow \ell X \equiv \omega c d \ell X + \omega U$$

δεν θεμελιώνει τίποτε σχετικό με την ορθότητα (ή μη) της μαρξικής θεωρίας, διότι –όπως εξάγεται από την (7α)– ισχύουν επίσης οι εξής (για κάθε k):

$$m_k[I-B_k]X \equiv b_k X \\ m_k U \equiv (1-m_{kk})b_k X \Leftrightarrow b_k X \equiv m_{kk} b_k X + m_k U$$

όπου m_k η k γραμμή της μήτρας M .

Αυτό που μεταβάλλεται κατά την «μετάβαση» από τις πρώτες στις δεύτερες είναι το «εμπόρευμα αναφοράς». Στις πρώτες είναι η εργασιακή δύναμη, ενώ στις δεύτερες είναι το εμπόρευμα k . Έτσι, ό,τι μπορεί να λεχθεί στη βάση των πρώτων, λέγεται –κατ' αναλογία– και στη βάση των δεύτερων: η συνολική ποσότητα εργασιακής δύναμης (εμπορεύματος k) που ξοδεύεται άμεσα στην παραγωγή του ακαθάριστου προϊόντος, δηλ. η συνολική ποσότητα εργασιακής δύναμης (εμπορεύματος k) που ξοδεύεται άμεσα και έμμεσα στην παραγωγή του καθαρού προϊόντος Y (του ως προς το εμπόρευμα k οριζόμενου καθαρού προϊόντος $[I-B_k]X$), διασπάται σε αξία της ποσότητας εργασιακής δύναμης ℓX (k -αξία της ποσότητας του εμπορεύματος $b_k X$) και σε υπεραξία (k -αξία του υπερπροϊόντος – όπου με k -αξία ενός εμπορεύματος ορίζουμε τη συνολικά ξοδευόμενη στην παραγωγή μίας μονάδας του εμπορεύματος αυτού ποσότητα του εμπορεύματος k). Τέλος, η σε αξίες (η σε k -αξίες) υπολογισμένη ονομαστική μερίδα των κερδών στο καθαρό προϊόν Y (στο ως προς το εμπόρευμα k οριζόμενο καθαρό προϊόν $[I-B_k]X$) ισούται με $[1-(\omega c d)]$ (με $(1-m_{kk})$).

Ακριβώς επειδή το σύστημα των εξισώσεων από το οποίο παράγεται αυτή η γενική συνθήκη δεν ενέχει κανένα λόγο (και ούτε θα ήταν δυνατό να ενέχει), για τον οποίο κάποια από τις επιμέρους εκφράσεις της (κάποια από τις επιμέρους συνεπαγωγές που τη συνθέτουν) πρέπει να θεωρείται ως η πλέον θεμελιακή (δηλ. ως αυτή από την οποία απορρέουν όλες οι υπόλοιπες), έπεται ότι η λογική που διέπει το διαμέσου του εν λόγω συστήματος εξισώσεων εγχείρημα θεμελίωσης της μαρξικής θεωρίας του κέρδους είναι εσωτερικά ασυνεπής. Το εν λόγω σύστημα δείχνει απλώς ότι η πρόταση: «το κέρδος είναι η μορφή εμφάνισης της υπεραξίας... μια παραλλαγμένη μορφή της, με την οποία συγκαλύπτεται και σβήνεται η καταγωγή της και το μυστικό της ύπαρξής της» (Marx) δύναται να είναι ορθή και, επομένως, η οριστική θεμελίωση της μαρξικής θεωρίας πρέπει να αναζητηθεί «εκτός» του συστήματος αυτού (πραγματοποιείται στο *Μέρος IV* της παρούσης).

Γ. Τέλος, όλες οι επιμέρους εκφράσεις της Γ.Σ.Κ. έχουν ένα σαφές οικονομικό νόημα, το οποίο και απαιτείται να εντοπίσουμε:

α) Έστω ότι τα παραγόμενα από την τεχνική *B* εμπορεύματα ανταλλάσσονται στις αναλογίες εκείνες, τις οποίες ορίζει ένα «τυχαίο», αλλά θετικό διάνυσμα τιμών *p*. (Εδώ, «τυχαίο» σημαίνει: η οικονομική διαδικασία σχηματισμού του δεν είναι στην ποσοτική της διάσταση επακριβώς γνωστή και ως εκ τούτου οι συνιστώσες τού *p* δύναται να λαμβάνουν οποιαδήποτε θετική τιμή. Στα ακόλουθα, ωστόσο, προσδιορίζονται επακριβώς τόσο τα *p* εκείνα, τα οποία εξασφαλίζουν θετικά ή ημιθετικά κέρδη σε όλες τις διαδικασίες παραγωγής όσο και οι συνθήκες εκείνες, οι οποίες επιτρέπουν την ύπαρξη των εν λόγω *p*).

Πρόταση 1: Εάν $\lambda < 1$ ($\lambda \geq 1$), τότε είναι δυνατόν (αδύνατον) τα κέρδη όλων των διαδικασιών του συστήματος να είναι θετικά ή ημιθετικά. Αντιστρόφως, εάν τα εν λόγω κέρδη είναι θετικά ή ημιθετικά, τότε $\lambda < 1$. Τέλος, όταν $\lambda < 1$ υπάρχουν άπειρα, μη συγγραμμικά, θετικά διανύσματα τιμών, τα οποία συνεπάγονται θετικά ή ημιθετικά κέρδη σε όλες τις διαδικασίες και κανένα, το οποίο να συνεπάγεται αρνητικά ή ημιαρνητικά κέρδη σε όλες τις διαδικασίες.

Απόδειξη: Εάν συμβολίσουμε με π το $1 \times n$ διάνυσμα των κερδών ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος, το οποίο αντιστοιχεί στο *p*, τότε, προφανώς, ισχύει:

$$p \equiv pB + \pi \quad (26)$$

Πολλαπλασιάζοντας την (26) με το $q^*(>0)$ προκύπτει:

$$pq^*(1-\lambda) \equiv \pi q^* \quad (27)$$

Έτσι, η συνθήκη $\lambda < 1$ δεν εγγυάται ότι το π είναι θετικό ή ημιθετικό (είναι απολύτως δυνατόν το π να περιέχει -πλην θετικών ή θετικών και μηδενικών- αρνητικές συνιστώσες και το πq^* να είναι θετικό), αλλά όταν $\lambda \geq 1$ είναι αδύνατον να ισχύει $\pi > 0$ ή $\pi \geq 0$. Αντιστρόφως, όταν $\pi > 0$ ή $\pi \geq 0$, τότε (βλ. (27)) ισχύει μονοσήμαντα $\lambda < 1$.

Τέλος:

$$p \equiv \pi [I-B]^{-1} \Rightarrow$$

$$\lambda < 1 \Rightarrow [I-B]^{-1} > 0 \Rightarrow \{\forall \pi > 0 (\geq 0), \exists p > 0\} \quad (28)$$

$$\lambda < 1 \Rightarrow \{\exists p > 0 : \pi < 0 (\leq 0)\} \quad (28\alpha)$$

ό.έ.δ.

Σημειώνεται ότι ανάλογη πρόταση εξάγεται (αποδεικνύεται εύκολα) και στη βάση των B' , λ' .

Πρόταση 2: Όταν το π είναι θετικό ή ημιθετικό, τότε οι ποσότητες m_{ij} είναι θετικές, με $m_{ii} < 1$. Αντιστρόφως, όταν οι ποσότητες m_{ij} είναι θετικές, με $m_{ii} < 1$, τότε το π δύναται να είναι θετικό ή ημιθετικό.

Απόδειξη: Όπως δείξαμε προηγουμένως, για να είναι το π θετικό ή ημιθετικό πρέπει (αλλά δεν αρκεί): $\lambda < 1$. Έτσι, όταν $\pi > 0 (\geq 0)$ ισχύει αναγκαστικά: $\lambda < 1$, το οποίο συνεπάγεται με τη σειρά του (βλ. συνθήκη (10)) το ζητούμενο.

Εναλλακτικά: επειδή η $\pi > 0 (\geq 0)$ προϋποθέτει την $\lambda < 1$, έπεται ότι όταν $\pi > 0 (\geq 0)$ το (26) μετασχηματίζεται, για κάθε k , ως εξής (με p_k συμβολίζουμε την k συνιστώσα του p):

$$p \equiv p B_k + p_k b_k + \pi \Rightarrow$$

$$p \equiv (p_k b_k + \pi) [I-B_k]^{-1} \Rightarrow$$

$$p \equiv [p_k [m_{k1}, m_{k2}, \dots, m_{kn}]] + \pi [I-B_k]^{-1} \quad (29)$$

και η θετικότητα των m_{ij} είναι προφανής, ενώ η ισχύς της $m_{kk} < 1$ απορρέει άμεσα από την k κατά σειρά εξίσωση του συστήματος (29). Πράγματι, η εξί-

σωση αυτή ενέχει την αναγωγή του κόστους παραγωγής του εμπορεύματος k στο ίδιο αυτό εμπόρευμα και έτσι –επειδή η τιμή ενός τουλάχιστον εμπορεύματος από αυτά που εισέρχονται (άμεσα ή έμμεσα) στην παραγωγή του k περιέχει και θετικά κέρδη– προκύπτει το ζητούμενο.

Αντιστρόφως, όταν οι ποσότητες m_{ij} είναι θετικές, με $m_{ii} < 1$, έπεται (βλ. συνθήκη (10)) ότι $\lambda < 1$. Ως εκ τούτου, το π δύναται να είναι θετικό ή ημιθετικό.

ό.έ.δ.

Σημειώνεται ότι ανάλογη πρόταση εξάγεται (αποδεικνύεται εύκολα) και στη βάση των ποσοτήτων $m'_{\beta\gamma}$.

Πρόταση 3: Όταν τα παραγόμενα από την τεχνική B εμπορεύματα ανταλλάσσονται στις οριζόμενες από την k γραμμή ($:m_k \equiv [m_{k1}, m_{k2}, \dots, m_{kk}, \dots, m_{kn}]$) της μήτρας M αναλογίες και $\lambda \neq 1$, το διάνυσμα των κερδών ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος είναι γραμμικώς εξαρτημένο με το διάνυσμα b_k (κι αντιστρόφως). Δηλαδή, τα κέρδη κάθε διαδικασίας είναι ανάλογα της ποσότητας του εμπορεύματος k που αυτή χρησιμοποιεί άμεσα. Τέλος, αυτό ισχύει κατ' αναλογίαν και για το εμπόρευμα εργασιακή δύναμη.

Απόδειξη: Εάν $p = z m_k$, όπου z θετικός πραγματικός αριθμός, και εάν $\lambda \neq 1$, τότε από το (26) και το (7α) έπεται ότι:

$$\pi = z(1 - m_{kk})b_k \tag{30}$$

Αντιστρόφως, εάν $\pi = z b_k$ και εάν $\lambda \neq 1$, τότε από το (26) και το (7α) έπεται ότι:

$$p = (z m_k)/(1 - m_{kk}) \tag{30α}$$

Προφανώς, για να είναι τα κέρδη θετικά ή ημιθετικά πρέπει και αρκεί να ισχύει $\lambda < 1$.

Τέλος, στη βάση της μήτρας B' (και εάν $\lambda' \neq 1$) αποδεικνύεται εύκολα (αφήνεται στον αναγνώστη) ότι εάν οι τιμές είναι ανάλογες του διανύσματος των αξιών ω , τότε το διάνυσμα των κερδών είναι γραμμικώς εξαρτημένο με το διάνυσμα l (και αντιστρόφως). Στην περίπτωση αυτή οι ενεχόμενοι συντελεστές γραμμικής εξάρτησης των εν λόγω διανυσμάτων περιέχουν το μέγεθος¹⁰ $[1 - (\omega c d)]$.

ό.έ.δ.

10. Βλέπε την υποσημείωση υπ' αριθ. 9.

Σημειώνεται, πάντως, ότι το διάνυσμα m_k (το διάνυσμα ω) μόνον κατ' εξαίρεσιν συμπίπτει με το διάνυσμα των τιμών παραγωγής p^* (ήτοι με το αριστερό ιδιοδιάνυσμα της B που αντιστοιχεί στην λ), διότι, όπως εύκολα αποδεικνύεται, το m_k (το ω) οδηγεί στη διαμόρφωση ενός θετικού ενιαίου ποσοστού κέρδους στο οικονομικό σύστημα όταν και μόνον όταν το b_k (το ℓ) αποτελεί αριστερό ιδιοδιάνυσμα της B (της B' – άρα και των B, A).

Πρόταση 4: Όταν τα παραγόμενα από την τεχνική B εμπορεύματα ανταλλάσσονται στις οριζόμενες από την k γραμμή ($:\tilde{m}_k \equiv [m_{k1}, m_{k2}, \dots, 1, \dots, m_{kn}]$) της μήτρας $\tilde{M}$ αναλογίες και $\lambda \neq 1$, το ποσοστό κέρδους της διαδικασίας παραγωγής του εμπορεύματος k ισούται με $r_k \equiv (1 - m_{kk})/m_{kk}$ και το ποσοστό κέρδους όλων των υπολοίπων διαδικασιών ισούται με μηδέν. Αντιστρόφως, όταν τα κέρδη της διαδικασίας παραγωγής του εμπορεύματος k είναι μη μηδενικά και τα κέρδη όλων των υπολοίπων διαδικασιών είναι μηδενικά, τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται στις οριζόμενες από το διάνυσμα $\tilde{m}_k$ αναλογίες. Τέλος, αυτό ισχύει κατ' αναλογία και για το εμπόρευμα εργασιακή δύναμη.

Απόδειξη: Εάν $p = z\tilde{m}_k$, όπου z θετικός πραγματικός αριθμός, και εάν $\lambda \neq 1$, τότε από το (26) και το (7) έπεται ότι η k συνιστώσα του p ισούται με $z(1 - m_{kk})$ και όλες οι υπόλοιπες με μηδέν. Αυτό αποδεικνύει το ευθύ, διότι τα αποτιμημένα στις τιμές p μέσα παραγωγής της διαδικασίας k ισούνται με zm_{kk} .

Αντιστρόφως, εάν τα κέρδη της διαδικασίας k είναι μη μηδενικά και όλων των υπολοίπων διαδικασιών μηδενικά, τότε από το (26) και από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\tilde{m}_k \equiv (\tilde{m}_k - m_k) [I - B]^{-1} \quad (31)$$

η οποία εμφανώς εξάγεται από το (7), έπεται ότι το p είναι συγγραμμικό του $\tilde{m}_k$. Προφανώς, για να είναι το r_k θετικό πρέπει και αρκεί να ισχύει $\lambda < 1$. Εάν (και μόνον εάν) $\lambda = 1$, το r_k ισούται με μηδέν και έτσι το $\tilde{m}_k$ συμπίπτει με το διάνυσμα των τιμών παραγωγής p^* (βλ. και συνθήκη (13)).

Τέλος, στη βάση της B' (και εάν $\lambda \neq 1$) αποδεικνύεται εύκολα (αφήνεται

στον αναγνώστη) ότι ανάλογη πρόταση ισχύει και για τη διαδικασία παραγωγής της εργασιακής δύναμης (τη διαδικασία $n+1$).

ό.έ.δ.

Ουσιαστικά οι *Προτάσεις 3 και 4* αναδεικνύουν το οικονομικό νόημα της περιεχόμενης στο (7) ακόλουθης εξίσωσης k (ανάλογα ισχύουν για τις ποσότητες $m'_{\beta\gamma}$):

$$m_k \equiv \tilde{m}_k B \quad (7\beta)$$

Εάν, λοιπόν, $\lambda < 1$, τότε δύναται να θεωρηθεί ότι η (7β) σημαίνει το εξής: Ακόμα κι αν η τιμή των εισροών της τεχνικής B σε *εμπόρευμα k* (η οποία ισούται με τη μονάδα) είναι υψηλότερη από την τιμή των εκροών της *στο ίδιο αυτό εμπόρευμα* (η οποία ισούται με m_{kk}), ενώ για όλα τα άλλα εμπορεύματα επικρατεί ένα *ενιαίο* διάνυσμα τιμών, τα κέρδη *όλων* των διαδικασιών ισούνται με το μηδέν. Επομένως (βλ. *Προτάσεις 3 και 4*), εάν ισχύσει το *ενιαίο* για *όλα* τα εμπορεύματα διάνυσμα τιμών m_k (διάνυσμα τιμών $\tilde{m}_k$) θα εμφανιστούν θετικά κέρδη και συγκεκριμένα τα κέρδη κάθε διαδικασίας θα είναι ανάλογα –με συντελεστή αναλογίας το μέγεθος $(1-m_{kk})$ – με την ποσότητα του εμπορεύματος k που αυτή χρησιμοποιεί *άμεσα* (τα κέρδη της διαδικασίας k θα είναι ίσα με $(1-m_{kk})$, ενώ τα κέρδη *όλων* των υπολοίπων διαδικασιών θα είναι ίσα με μηδέν).

Πρόταση 5: Ισχύουν τα εξής:

$$\pi > 0 \Rightarrow m_{ji} < (p_i/p_j) < (1/m_{ij}) \Rightarrow m_{ji}m_{ij} < 1, \forall i,j. \quad (32)$$

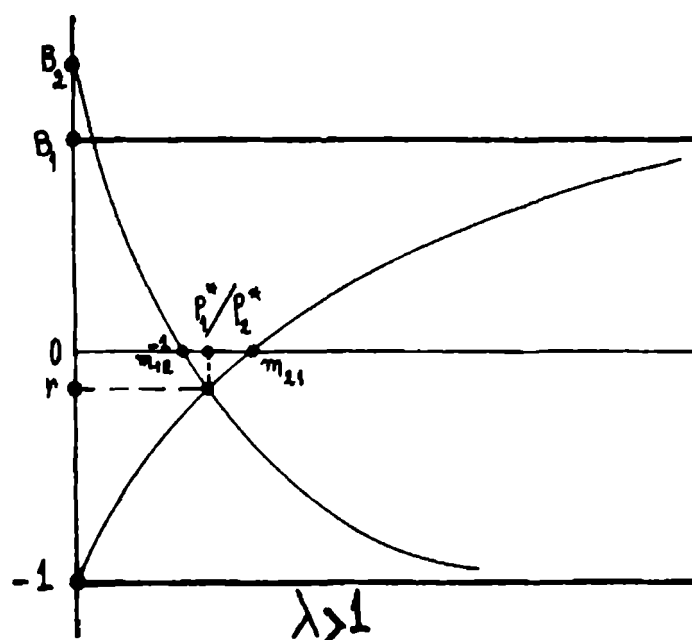
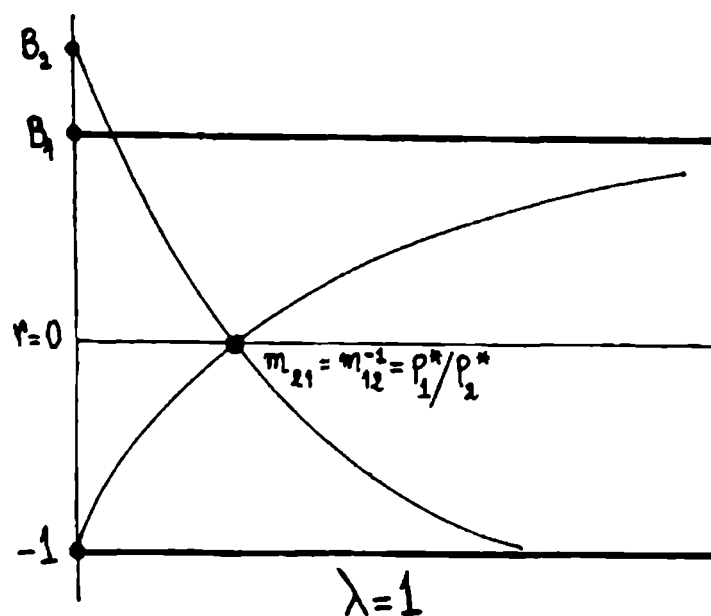
$$\lambda < 1 (\lambda = 1) \Rightarrow \exists p (\nexists p): m_{ji} < (p_i/p_j) < (1/m_{ij}), \forall i,j. \quad (32\alpha)$$

Απόδειξη: Από τη θετικότητα του π στην (32) έπεται ότι $\lambda < 1$ (*Πρόταση 1*) και, συνεπώς, ότι: $m_{ij} > 0$, $m_{ii} < 1$.

Εάν υπήρχαν i,j , τέτοια ώστε να ισχύει:

$$m_{ji} \geq (p_i/p_j) \quad \text{ή} \quad (p_i/p_j) \geq (1/m_{ij})$$

τότε, προφανώς, τα κέρδη της *οριζόμενης στα πλαίσια του συστήματος (29) (και για $k=j$) διαδικασίας i* , ή, αντιστοίχως, τα κέρδη της *οριζόμενης στα πλαίσια του συστήματος (29) (και για $k=i$) διαδικασίας j* δεν θα ήταν θετι-



Σχήμα 1

Βάσει αυτής της περίπτωσης ($n=2$) η διερεύνησή μας δύναται να αναπτυχθεί περαιτέρω ως εξής (η γενίκευση ($n>2$) θα καταστεί προφανής): Η παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος 1 (2) ως ακαθάριστου προϊόντος απαιτεί άμεσα b_{11} (b_{22}) μονάδες του ιδίου και b_{21} (b_{12}) μονάδες του εμπορεύματος 2 (1). Επειδή, όμως, 1 μονάδα του εμπορεύματος 1 (2) ανταλλάσσεται με $p_{12} \equiv p_1/p_2$ ($p_{21} \equiv p_2/p_1$) μονάδες του εμπορεύματος 2 (1) έπεται ότι οι -άμεσα απαιτούμενες για την παραγωγή μιας μονάδας του 1 (2)- b_{21} (b_{12}) μονάδες του 2(1) ισοδυναμούν με [ήτοι έχουν δια της οριζόμενης από τις ισχύουσες σχετικές τιμές ανταλλαγής εξομοιωθεί με] $p_{21}b_{21}$ ($p_{12}b_{12}$) μονάδες

του εμπορεύματος 1(2). Ως εκ τούτου, το εκφρασμένο σε όρους του εμπορεύματος 1(2) συνολικό κόστος παραγωγής μιας μονάδας του εμπορεύματος 1(2) ισούται με $b_{11} + p_{21}b_{21}$ ($b_{22} + p_{12}b_{12}$) μονάδες του ιδίου αυτού εμπορεύματος. Εμφανώς, για να είναι θετικά τα κέρδη των *οριζομένων στα πλαίσια του συστήματος* (26) διαδικασιών 1 και 2 πρέπει και αρκεί να ισχύουν:

$$b_{11} + p_{21}b_{21} < 1 (\Leftrightarrow p_1 b_{11} + p_2 b_{21} < p_1 \Leftrightarrow \pi_1 > 0) \quad (33)$$

$$b_{22} + p_{12}b_{12} < 1 (\Leftrightarrow p_2 b_{22} + p_1 b_{12} < p_2 \Leftrightarrow \pi_2 > 0) \quad (33a)$$

Από αυτές έπεται ότι¹²:

$$m_{12} < p_{21} < (1/m_{21}) \quad (34)$$

πράγμα το οποίο αφενός ισοδυναμεί (βλ. *Πρόταση 5*) με: $m_{11} < 1$, $m_{22} < 1$ και αφετέρου ενέχει ότι:

$$b_{11} + p_{21}b_{21} < m_{11} \quad (35)$$

$$b_{22} + p_{12}b_{12} < m_{22} \quad (35a)$$

Ενέχει, δηλαδή, ότι το σε όρους του εμπορεύματος 1 (2) εκφρασμένο συνολικό κόστος παραγωγής μιας μονάδας του εμπορεύματος 1 (2) υπερβαίνει την ποσότητα m_{11} (m_{22}). Όπως εύκολα διαπιστώνεται, *πρώτον*, το εν λόγω συνολικό κόστος θα ήταν ίσο με την ποσότητα m_{11} (m_{22}) εάν και μόνον εάν

12. Διαφορετικά ειπωμένο: Επειδή, πρώτον, κάθε διαδικασία j αποκτά δια της ανταλλαγής τις μονάδες του εμπορεύματος i που απαιτούνται για την παραγωγή του εμπορεύματος j , δεύτερον, το π_j είναι θετικό όταν (και μόνον) οι δια της ανταλλαγής αποκτώμενες μονάδες του εμπορεύματος i ανά μονάδα του εμπορεύματος j (ήτοι το μέγεθος p_j/p_i) υπερβαίνουν τις τεχνικοοικονομικά καθοριζόμενες μονάδες του εμπορεύματος i που απαιτούνται συνολικά για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος j (ήτοι το μέγεθος m_{ij}), τρίτον, το π_j αποτελεί γνησίως αύξουσα συνάρτηση του p_j/p_i , έπεται ότι, πρώτον, η αναγκαία συνθήκη της εμφάνισης θετικών κερδών και στις δύο διαδικασίες είναι η $m_{12} < (1/m_{21})$, δεύτερον, η ικανή συνθήκη της εμφάνισης θετικών κερδών και στις δύο διαδικασίες είναι η (34) και τρίτον, τα τεχνικοοικονομικά δεδομένα της παραγωγής καθορίζουν το εάν η εν λόγω αναγκαία συνθήκη είναι δεδομένη, ενώ είναι αδύνατον να συναχθεί από αυτά τα δεδομένα (χωρίς την εισαγωγή κάποιου πρόσθετου προσδιορισμού / αξίωσης – π.χ. διαμόρφωση ενιαίου ποσοστού κέρδους) το ακριβές ύψος του μεγέθους p_1/p_2 . Τέλος, από τις παρατηρήσεις αυτές και την *Πρόταση 4* συνάγεται εύκολα η ευθεία αναλογία που υφίσταται ανάμεσα στην (34) και τις αρχές της καθαρής θεωρίας του εξωτερικού εμπορίου (βλ. π.χ. Krugman / Obstfeld (1995), Κεφ. 2).

τα εμπορεύματα ανταλλάσσονταν στις οριζόμενες από το διάνυσμα $\tilde{m}_1$ ($\tilde{m}_2$) αναλογίες [βλ. και Πρόταση 4] και δεύτερον, οι (35) και (35α) ισχύουν με το σύμβολο της ισότητας όταν και μόνον όταν $\lambda = 1$.

Δεδομένων και των τελευταίων αυτών αναπτύξεων, η συνολική διερεύνησή μας κωδικοποιείται ως εξής:

Πόρισμα 1: i) Οι τεχνικοοικονομικές συνθήκες της παραγωγής, όπως αυτές αποτυπώνονται στη μήτρα B' και συνοψίζονται στην ιδιοτιμή της λ' , καθορίζουν το εάν όλες οι διαδικασίες παραγωγής καπιταλιστικών εμπορευμάτων *δύνανται* να εμφανίζουν θετικά κέρδη.

ii) Επειδή το κόστος παραγωγής όλων των εμπορευμάτων είναι δυνατόν να αναχθεί, διαμέσου των τεχνικοοικονομικών συνθηκών, στο κόστος παραγωγής οποιουδήποτε απλού εμπορεύματος, έπεται ότι για να *δύνανται* όλες οι εν λόγω διαδικασίες να εμφανίζουν θετικά κέρδη πρέπει και αρκεί να υπάρχει ένα απλό εμπόρευμα β ($1 \leq \beta \leq n+1$), για το οποίο να ισχύει $m'_{\beta\gamma} > 0$ και $m'_{\beta\beta} < 1$ (για κάθε $\gamma = 1, 2, \dots, n+1$).

iii) Επειδή, παράλληλα, υπάρχει ένα (και μόνον ένα) θετικό ή ημιθετικό σύνθετο εμπόρευμα, το q^* (> 0), του οποίου το κόστος παραγωγής ανάγεται, διαμέσου των τεχνικοοικονομικών συνθηκών, στον εαυτό του και επειδή τα κέρδη του συστήματος που παράγει ως ακαθάριστο προϊόν του αυτό το σύνθετο εμπόρευμα (ήτοι του προτύπου συστήματος *à la Charasoff*) είναι, για κάθε ισχύον διάνυσμα τιμών p (> 0), ίσα με $pq^*(1-\lambda)$, έπεται ότι για να *δύνανται* να εμφανίζονται θετικά κέρδη σε όλες τις καπιταλιστικές διαδικασίες πρέπει και αρκεί να ισχύει: $\lambda < 1$. Ως εκ τούτου, οι δύο προαναφερθείσες (στο σημείο ii) σχέσεις διάταξης και η τελευταία ($\lambda < 1$) αναγκαστικά ισχύουν (όποτε ισχύουν) ταυτοχρόνως.

iv) Ωστόσο, η ισχύς αυτών των σχέσεων διάταξης, η οποία καθορίζεται αποκλειστικά από τις τεχνικοοικονομικές συνθήκες, δεν εξασφαλίζει την ύπαρξη θετικών κερδών σε όλες τις καπιταλιστικές διαδικασίες. Επιπλέον πρέπει (και αρκεί) ο λόγος ανταλλαγής δύο οποιωνδήποτε εμπορευμάτων β , γ , να είναι μεγαλύτερος από την τεχνικοοικονομικά προσδιοριζόμενη ποσότητα του εμπορεύματος γ που απαιτείται συνολικά για την παραγωγή μιας μονάδας του εμπορεύματος β ή, ισοδυνάμως, το εκφρασμένο σε όρους του εμπορεύματος β ($\neq n+1$) συνολικό κόστος παραγωγής μιας μονάδας του εμπορεύματος β να είναι, για κάθε β ($\neq n+1$), μικρότερο της μονάδας. Τα εν λόγω συνολικά κόστη παραγωγής, πρώτον, προσδιορίζονται –όχι μόνο από

την B' , αλλά– και από το εκάστοτε ισχύον διάνυσμα τιμών και δεύτερον, όταν $\pi > 0$, υπερβαίνουν τις αντίστοιχες ποσότητες $m'_{\beta\beta}$.

ν) Όταν όλα τα εν λόγω συνολικά κόστη παραγωγής είναι μεταξύ τους ίσα, το ισχύον διάνυσμα τιμών είναι αριστερό ιδιοδιάνυσμα της B (κι αντιστρόφως). Στην περίπτωση αυτή τα εν λόγω κόστη ισούνται με λ και, συνεπώς, διαμορφώνεται ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους ίσο με $(1-\lambda)/\lambda$ (ήτοι ίσο με το μέσο ποσοστό κέρδους του προτύπου συστήματος του Chagasoff). Έτσι, από τα άπειρα διανύσματα τιμών, τα οποία, όταν $\lambda < 1$, διαμορφώνουν θετικά κέρδη σε όλες τις διαδικασίες, υπάρχει μόνο ένα (οι λεγόμενες τιμές παραγωγής) που διαμορφώνει και ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους.

β) Λόγω της υφιστάμενης «δυσικότητας» ανάμεσα στα συστήματα (7) και (17) (στη θέση των $M, \tilde{M}$ εμφανίζονται οι $F, \tilde{F}$), όλη η προηγηθείσα διερεύνηση δύναται να εφαρμοστεί (κατ' αναλογία) και κατά τον προσδιορισμό του οικονομικού νοήματος των εξαγόμενων από το σύστημα (17) συνθηκών που περιέχονται στη Γ.Σ.Κ. Ως εκ τούτου, αρκούμεθα να σημειώσουμε ότι από τις εξισώσεις και τις συνθήκες της §5 προκύπτουν εμφανώς τα εξής:

i) Το σύστημα που χρησιμοποιεί την τεχνική B δύναται να παράγει ένα ημιθετικό υπερπροϊόν, το οποίο περιέχει μόνο ένα εμπόρευμα σε θετική ποσότητα και όλα τα υπόλοιπα σε μηδενική, όταν και μόνον όταν $\lambda < 1$. Συγκεκριμένα, όταν το ακαθάριστο προϊόν του συστήματος ισούται με $(I \tilde{f}_k^T)$ (όπου $\tilde{f}_k^T$ η k στήλη της $\tilde{F}$) η μοναδική μη μηδενική συνιστώσα του υπερπροϊόντος του ισούται με $1-f_{kk}$. Επίσης, όταν το ακαθάριστο προϊόν του συστήματος ισούται με $(I f_k^T)$ (όπου f_k^T η k στήλη της F) και $\lambda < 1$, το υπερπροϊόν του ισούται με $(1-f_{kk})b_k^T$ και, συνεπώς, είναι θετικό (όταν $b_k^T > 0$) ή ημιθετικό (όταν $b_k^T \geq 0$).

ii) Το σύστημα δύναται να παράγει ένα θετικό ή ημιθετικό υπερπροϊόν όταν και μόνον όταν $\lambda < 1$. Ωστόσο, παράγει πράγματι ένα θετικό υπερπροϊόν όταν και μόνον όταν οι συνιστώσες X_i, X_j του –«τυχαίου», αλλά θετικού– $n \times 1$ διανύσματος X των επιπέδων λειτουργίας των επιμέρους διαδικασιών του ικανοποιούν την ακόλουθη συνθήκη:

$$f_{ij} < (X_i/X_j) < (1/f_{ji}), \quad \forall i,j \quad (36)$$

iii) Όταν διαμορφώνεται ένα ενιαίο φυσικό ποσοστό υπερπροϊόντος στο σύστημα (το φυσικό ποσοστό υπερπροϊόντος σε εμπόρευμα i ισούται εξ ορισμού με το υπερπροϊόν του συστήματος σε εμπόρευμα i προς τη συνολικά χρησιμοποιηθείσα από το σύστημα ποσότητα του εμπορεύματος αυτού), το ισχύον διάνυσμα των επιπέδων λειτουργίας των επιμέρους διαδικασιών του είναι δεξιό ιδιοδιάνυσμα της B (και αντιστρόφως). Στην περίπτωση αυτή, πρώτον, το ενιαίο φυσικό ποσοστό υπερπροϊόντος ισούται με $(1-\lambda)/\lambda$ και δεύτερον, όταν το υπερπροϊόν επισωρεύεται εξ ολοκλήρου, διαμορφώνεται ένας ενιαίος ρυθμός μεγέθυνσης στο σύστημα, ο οποίος ισούται με $(1-\lambda)/\lambda$ (βλ. εξίσωση (21)). Έτσι, από τα άπειρα διανύσματα των επιπέδων λειτουργίας των διαδικασιών, τα οποία, όταν, $\lambda < 1$, διαμορφώνουν ένα αποτελούμενο από θετικές ποσότητες όλων των εμπορευμάτων υπερπροϊόν, υπάρχει μόνο ένα (το q^*) που διαμορφώνει και ένα ενιαίο φυσικό ποσοστό υπερπροϊόντος.

iv) Τόσο η δυνατότητα ύπαρξης θετικών ή ημιθετικών κερδών σε όλες τις διαδικασίες όσο και η δυνατότητα παραγωγής ενός θετικού ή ημιθετικού υπερπροϊόντος προϋποθέτουν την ισχύ της συνθήκης: $\lambda < 1$. Ως εκ τούτου, οι εν λόγω δύο δυνατότητες υφίστανται (όποτε υφίστανται) ταυτοχρόνως. Βεβαίως, η παραγωγή ενός θετικού ή ημιθετικού υπερπροϊόντος, η οποία ρυθμίζεται από τη συνθήκη (36), δεν συνεπάγεται ότι τα κέρδη σε όλες τις διαδικασίες είναι θετικά ή ημιθετικά (συνεπάγεται μόνον ότι τα συνολικά κέρδη του συστήματος είναι θετικά), ενώ η ύπαρξη θετικών ή ημιθετικών κερδών σε όλες τις διαδικασίες, η οποία ρυθμίζεται από τη συνθήκη (32), δεν συνεπάγεται ότι έχει παραχθεί ένα θετικό ή ημιθετικό υπερπροϊόν (συνεπάγεται μόνον ότι τα συνολικά κέρδη του συστήματος είναι θετικά):

$$U > 0 (\geq 0) \not\Rightarrow \pi > 0 (\geq 0) \quad (37)$$

$$U > 0 (\geq 0) \Rightarrow pU \equiv \pi X > 0 \quad (37\alpha)$$

$$\pi > 0 (\geq 0) \not\Rightarrow U > 0 (\geq 0) \quad (38)$$

$$\pi > 0 (\geq 0) \Rightarrow \pi X \equiv pU > 0 \quad (38\alpha)$$

όπου U το αντίστοιχο στο $X(>0)$ υπερπροϊόν. Ως εκ τούτου, η ύπαρξη αρνη-

τικών συνολικών κερδών στο σύστημα προϋποθέτει ότι τόσο το U όσο και το π περιέχουν από μία (τουλάχιστον) αρνητική συνιστώσα. Μεταξύ άλλων αυτό σημαίνει ότι η «νεοοικαρδιανή ερμηνεία του κέρδους» (βλ. §1, σημείο Α, της παρούσης) είναι εσφαλμένη, διότι όταν τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται σύμφωνα με τις τιμές παραγωγής τους, τα κέρδη κάθε διαδικασίας είναι θετικά (άρα και τα συνολικά), ακόμα και όταν το υπερπροϊόν του συστήματος περιέχει και αρνητικές συνιστώσες¹³.

III. Το εσφαλμένον και το ασήμαντον του Θ.Μ.Θ.

8. Έχουμε ήδη αποδείξει ότι, πρώτον, το λεγόμενο Θ.Μ.Θ. ισχύει στο πλαίσιο *μη διασπώμενων* τεχνικών παραγωγής και δεύτερον, η εν λόγω ισχύς δεν θεμελιώνει τη μαρξική θεωρία της αξίας/υπεραξίας.

Ωστόσο, η πραγματοποιηθείσα στο σημείο Γ της §7 διερεύνηση απέδειξε ουσιαστικά και το εξής: όταν τα εμπορεύματα *δεν ανταλλάσσονται* σύμφωνα με τις τιμές παραγωγής τους, είναι δυνατόν η υπεραξία του συστήματος να είναι θετική και τα συνολικά κέρδη του να μην είναι θετικά. Το ακόλουθο αριθμητικό παράδειγμα είναι ενδεικτικό:

Παράδειγμα 1

$$\text{Έστω ότι: } A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, \ell = [1, 2], d = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Συνεπώς το καθαρό προϊόν του συστήματος είναι θετικό ή ημιθετικό όταν και μόνον όταν:

$$(2/7) \leq (X_1/X_2) \leq 8 \quad (39)$$

Για να είναι τώρα η υπεραξία θετική πρέπει και αρκεί το ύψος c του πραγματικού ωρομισθίου να είναι μικρότερο από 0.208 (κατά προσέγγιση). Έστω, λοιπόν, ότι το c ισούται με 0.1 και συνεπώς η μήτρα B είναι η εξής:

$$B = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda \cong 0.683, r \cong 0.464, p_1^*/p_2^* \cong 0.707,$$

$$m_{12} = 2/3, m_{21} = 1/3, f_{12} = 2/3, f_{21} = 1/3$$

13. Το τι συνεπάγεται η ύπαρξη ορισμένων αρνητικών συνιστωσών στο υπερπροϊόν εξετάζεται αργότερα και συγκεκριμένα στην §10.

Επομένως, το σύστημα παράγει ένα θετικό ή ημιθετικό υπερπροϊόν όταν και μόνο όταν (βλ. (36)):

$$(2/3) \leq (X_1/X_2) \leq 3 \quad (39)$$

ενώ τα κέρδη σε όλες τις διαδικασίες είναι θετικά ή ημιθετικά όταν και μόνο όταν (βλ. (32)):

$$(1/3) \leq (p_1/p_2) \leq (3/2) \quad (40)$$

Τα συνολικά κέρδη του συστήματος ισούνται με:

$$pU \equiv (p_1 0.6 - p_2 0.2)X_1 + (p_2 0.6 - p_1 0.4)X_2 \quad (41)$$

και το ποσοστό κέρδους του εκφρασμένο σε τιμές ($\hat{r}$) και, αντιστοίχως, σε αξίες ($\hat{r}_\omega$) ισούται με:

$$\hat{r} \equiv (pU)/(pBX) \quad (42)$$

$$\hat{r}_\omega \equiv (\omega U)/(\omega BX) \quad (42\alpha)$$

Τα συνολικά κέρδη είναι οπωσδήποτε θετικά όταν ικανοποιείται η (39) ή η (40), ενώ όταν και οι δύο αυτές συνθήκες δεν ικανοποιούνται, *δύνανται* να μην είναι θετικά. Για παράδειγμα, όταν $(X_1/X_2) = 4$ (οπότε το υπερπροϊόν του συστήματος συνίσταται σε $2X_2$ μονάδες του εμπορεύματος 1 και $-0.2X_2$ μονάδες του εμπορεύματος 2), τα συνολικά κέρδη δεν είναι θετικά για $(p_1/p_2) \leq 0.1$ (οπότε τα κέρδη της πρώτης διαδικασίας είναι αρνητικά και της δεύτερης θετικά). Όταν $(p_1/p_2) = 0.1$, τα συνολικά κέρδη δεν είναι θετικά για $(X_1/X_2) \geq 4$, τα $\hat{r}$, $\hat{r}_\omega$ αποτελούν γνησίως φθίνουσες συναρτήσεις του (X_1/X_2) και –σταθερών των p_2 , X_2 – τα συνολικά κέρδη (η συνολική υπεραξία) μειώνονται μονότονα (αυξάνεται μονότονα) με την αύξηση του X_1 . Τέλος, όταν, για παράδειγμα, $(p_1/p_2) = 10$ (οπότε τα κέρδη της πρώτης διαδικασίας είναι θετικά και της δεύτερης αρνητικά), τα συνολικά κέρδη δεν είναι θετικά για $(X_1/X_2) \leq 0.586$ (κατά προσέγγιση), το $\hat{r}$ αποτελεί γνησίως αύξουσα συνάρτηση του (X_1/X_2) και –σταθερών των p_2 , X_2 – τόσο τα συνολικά κέρδη όσο και η συνολική υπεραξία αυξάνονται μονότονα με την αύξηση του X_1 . Ως εκ τούτου, είναι απολύτως δυνατόν θετική –και αυξανόμενη– υπεραξία να συνυπάρχει με μη θετικά –και μειούμενα ή αυξανόμενα– συνολικά κέρδη (παράλληλα, η «αντίστροφη» κίνηση των $\hat{r}$, $\hat{r}_\omega$ είναι απολύτως δυνατή).

Βεβαίως, η εν λόγω συνύπαρξη δεν θίγει την ισχύ του Θ.Μ.Θ., ακριβώς επειδή προϋποθέτει τιμές που αποκλίνουν από τις τιμές παραγωγής. Στα αμέσως επόμενα, όμως, θα αποδείξουμε ότι εάν θέλουμε να συμπεριλάβουμε στην ανάλυση διασπώμενες τεχνικές είμαστε αναγκασμένοι να λάβουμε υπόψιν τιμές που αποκλίνουν από τις τιμές παραγωγής. Συγκεκριμένα, θα αποδείξουμε ότι στις διασπώμενες τεχνικές το Θ.Μ.Θ. αστοχεί και, εν συνεχεία, ότι η αστοχία αυτή επιβάλλει αναγκαστικά τη θεώρηση τιμών διάφορων εκ των τιμών παραγωγής. Τιμές οι οποίες, με τη σειρά τους, «επιτρέπουν» τη συνύπαρξη θετικής υπεραξίας και μη θετικών συνολικών κερδών.

9. Έστω, λοιπόν, ότι η παραγωγική τεχνική $[A, \ell]$ παράγει s ($1 \leq s < n$) βασικά, $n-s$ μη βασικά εμπορεύματα και ότι δεν υφίσταται (χωρίς βλάβη της γενικότητας) μη βασικό εμπόρευμα που δεν εισέρχεται, άμεσα ή έμμεσα, στην παραγωγή όλων των μη βασικών εμπορευμάτων. Εάν υποθέσουμε επιπλέον ότι το πραγματικό ωρομίσθιο αποτελείται από βασικά και μόνον εμπορεύματα (ήτοι $d = [d_I, 0]^T$, όπου d_I ένα μη μηδενικό $s \times 1$ διάνυσμα βασικών εμπορευμάτων), πράγμα που συνεπάγεται ότι παράγονται s αναπαραγωγικά και $n-s$ μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα (για τις έννοιες αυτές: Σταμάτης (1992), Κεφ. I, Μαρξ (1984), σσ. 128-43), τότε η μήτρα B λαμβάνει την ακόλουθη μορφή (αναλυτικά, βλ. Σταμάτης (1995), τ. 1, σσ. 163-226, Μαριόλης (1996)):

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ 0 & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} + c d_I \ell_I & A_{12} + c d_I \ell_{II} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}, \quad \lambda = \max \{\lambda_I, \lambda_{II}\}$$

όπου ℓ_I, ℓ_{II} τα θετικά διανύσματα των εισροών σε άμεση, ομοιογενή εργασία στις διαδικασίες παραγωγής των βασικών και, αντιστοίχως, των μη βασικών εμπορευμάτων, $[A_{11}, \ell_I]$ η τεχνική των βασικών διαδικασιών, $[A_{12}, A_{22}, \ell_{II}]$ η τεχνική των μη βασικών διαδικασιών (η $s \times (n-s)$ μήτρα A_{12} είναι μη μηδενική και η $(n-s) \times (n-s)$ μήτρα A_{22} είναι μη διασπώμενη), λ_I η μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή της B_{11} και λ_{II} η μέγιστη πραγματική ιδιοτιμή της B_{22} (επειδή η τεχνική είναι παραγωγική και επειδή $B_{22} = A_{22}$, έπεται ότι $\lambda_{II} < 1$).

Ως εκ τούτου, για το $1 \times s$ διάνυσμα τιμών των αναπαραγωγικών (εδώ: και βασικών) εμπορευμάτων p_I και για το $1 \times (n-s)$ διάνυσμα τιμών των μη

αναπαραγωγικών (εδώ: και μη βασικών) εμπορευμάτων p_{II} ισχύουν τα εξής (η ερμηνεία των συμβόλων π_I, π_{II} είναι προφανής):

$$[p_I, p_{II}] \equiv [p_I B_{11}, (p_I B_{12} + p_{II} B_{22})] + [\pi_I, \pi_{II}] \Rightarrow$$

$$p_I \equiv p_I B_{11} [I_1 + \hat{R}_I] \quad (43\alpha)$$

$$p_{II} \equiv (p_I B_{12} + p_{II} B_{22}) [I_2 + \hat{R}_{II}] \quad (43\beta)$$

όπου I_1 (I_2) η $s \times s$ (η $(n-s) \times (n-s)$) μοναδιαία μήτρα και $\hat{R}_I$ ($\hat{R}_{II}$) η $s \times s$ (η $(n-s) \times (n-s)$) διαγώνια μήτρα των ποσοστών κέρδους των αναπαραγωγικών (των μη αναπαραγωγικών) διαδικασιών.

Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

A. Υφίσταται ένα ενιαίο σε όλες τις διαδικασίες (αναπαραγωγικές και μη) ποσοστό κέρδους και συνεπώς οι τιμές συμπίπτουν με τις τιμές παραγωγής ($p = p^*$).

Η συνολική υπεραξία S ισούται με $[1 - (\omega_I c d_I)] l X$ (όπου $\omega_I \equiv l_I [I_1 - A_{11}]^{-1}$ το διάνυσμα των αξιών των αναπαραγωγικών εμπορευμάτων) και είναι θετική όταν και μόνον όταν $\lambda_I < 1$ (στο μη διασπώμενο υποσύστημα (43α) μπορούμε προφανώς να εφαρμόσουμε όλη τη διερεύνηση του παρόντος Μέρους II). Ωστόσο, η θετικότητα της υπεραξίας δεν εξασφαλίζει ούτε τον μονοσήμαντο προσδιορισμό των τιμών και του ποσοστού κέρδους ούτε τη θετικότητα των τιμών (και έτσι το Θ.Μ.Θ. αστοχεί), διότι από τα (43α), (43β) εξάγονται τα εξής (για τις αποδείξεις: Βουγιουκλάκης/Μαριόλης (1992), (1993), Μαριόλης (1993), σσ. 53-6, (1996), Σταμάτης (1995), τ. 1, σσ. 192-226):

α) Εάν $\lambda_I > \lambda_{II}$, προκύπτουν οι λύσεις: $\{p^* > 0, v = 1/\lambda_I\}$, $\{p_I^* = 0, p_{II}^* > 0, v = 1/\lambda_{II}\}$. Καίτοι μόνον η πρώτη κατά σειρά λύση βρίσκεται σε συμφωνία με το Θ.Μ.Θ., δεν υφίσταται, ωστόσο, κάποιο ενδογενές στο υπόδειγμα κριτήριο, βάσει του οποίου δύναται κανείς να απορρίψει την δεύτερη κατά σειρά λύση. Εάν απορριφθεί βάσει του ότι η ύπαρξη μηδενικών τιμών δεν απαντάται στην ίδια την οικονομική πραγματικότητα, τότε θα πρέπει να θεωρηθεί και η ίδια η ύπαρξη διασπώμενων τεχνικών κατά κανόνα εξωπραγματική, διότι –όπως θα δούμε άμεσα– οδηγεί μονοσήμαντα, για $\lambda_I \leq \lambda_{II}$, στην εμφάνιση μη οικονομικά σημαντικών τιμών. Τέλος, όπως το έδειξε κατά πρώτον ο Krause (1981), p. 176, εάν $1 = \lambda_I > \lambda_{II}$, τότε η δεύτερη κατά σειρά από τις προ-

αναφερθείσες λύσεις εκφράζει μία κατάσταση, στην οποία η υπεραξία είναι ίση με μηδέν και τα κέρδη είναι θετικά.

β) Εάν $\lambda_I = \lambda_{II}$, προκύπτουν οι λύσεις: $\{p_I^* > 0, \text{ το (43}\beta) \text{ είναι ασυμβίβαστο, } v = 1/\lambda \text{ (: του } v \text{ τείνοντος στο } 1/\lambda, \text{ το } p_{II}^* \text{ τείνει στο } \pm\infty)\}, \{p_I^* = 0, p_{II}^* > 0, v = 1/\lambda\}$.

γ) Εάν $\lambda_I < \lambda_{II}$, προκύπτουν οι λύσεις: $\{p_I^* > 0, p_{II}^* \not\geq 0, v = 1/\lambda\}, \{p_I^* = 0, p_{II}^* > 0, v = 1/\lambda_{II}\}$.

Όπως αποδείχτηκε κατά πρώτον στα Stamatis (1979), (1984), η εμφάνιση «παράδοξων» τιμών και πολλαπλών λύσεων δεν ανάγεται στο διασπώμενο της τεχνικής, αλλά στην αξίωση, στο αίτημα, ύπαρξης ενός ενιαίου (για τις αναπαραγωγικές και τις μη αναπαραγωγικές διαδικασίες) ποσοστού κέρδους¹⁴ (βλ. επίσης Stamatis (1988), (1998), Σταμάτης (1992), Κεφ. I, Μαριόλης (1997α)). Επομένως, δεν είναι η εξάλειψη όλων εκείνων των διασπώμενων τεχνικών που δεν επαληθεύουν τη συνθήκη $\lambda_I > \lambda_{II}$ από τη διερεύνηση ό,τι αποκαθιστά τις σχέσεις με την οικονομική πραγματικότητα (λογικό σφάλμα, στο οποίο, ως γνωστόν, υπέπεσε ακόμα και ένας Sraffa¹⁵), αλλά –τουλάχιστον– η αναίρεση του αιτήματος ύπαρξης ενός ενιαίου για όλες τις διαδικασίες ποσοστού κέρδους.

Β. Υφίσταται ένα ενιαίο για τις αναπαραγωγικές διαδικασίες ποσοστό κέρδους r_I και ένα ενιαίο για τις μη αναπαραγωγικές διαδικασίες ποσοστό κέρδους r_{II} ($r_I \neq r_{II}$).

Στην περίπτωση αυτή οι τιμές αποκλίνουν από τις τιμές παραγωγής και έτσι είναι απολύτως δυνατόν, για $p > 0$, όχι μόνο να συνυπάρχει θετική υπεραξία με μη θετικά συνολικά κέρδη, αλλά και μη θετική υπεραξία με θετικά

14. Ο αναγνώστης θα μπορούσε να προσεγγίσει το σημείο αυτό εκκινώντας από τη διαπίστωση ότι στις διασπώμενες τεχνικές, πρώτον, είναι απολύτως δυνατόν οι αφορώσες στα μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα ποσότητες $m_{s(n-s)}(v)$ να τείνουν στο $\pm\infty$ και, δεύτερον, είτε το πρότυπο σύστημα του Chagasoff παράγει μόνον αναπαραγωγικά εμπορεύματα είτε ενέχονται δύο πρότυπα συστήματα à la Chagasoff, εκ των οποίων το ένα παράγει μόνον αναπαραγωγικά εμπορεύματα και το άλλο παράγει αναπαραγωγικά και μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα. Έτσι, θα πρέπει εν συνεχεία να εξετάσει τις συνέπειες αυτών των δεδομένων για την ανάλυση του Μέρους II.

15. Βλ. τη σχετική αλληλογραφία του με τον P. Newman, η οποία δημοσιεύτηκε στο Bhadraradwaj (1970), pp. 156-60.

συνολικά κέρδη. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θα διερευνήσουμε τις σχέσεις ανάμεσα στην υπεραξία και τα συνολικά κέρδη στα πλαίσια ενός διασπώμενου διτομεακού υποδείγματος. Φυσικά, στα ίδια επί της ουσίας συμπεράσματα θα κατέληγε, όταν $p \neq p^*$, και μια αντιστοιχούσα σε μη διασπώμενες τεχνικές διερεύνηση. Ωστόσο, δεν την εκθέσαμε στο Μέρος II της παρούσης, επειδή θα εμφανιζόταν ως εδραζόμενη σε μία αδικαιολόγητη παραβίαση μιας εκ των προϋποθέσεων που ενέχονται ρητώς στο Θ.Μ.Θ. ($p = p^*$).

Παράδειγμα 2

Έστω, λοιπόν, μια διασπώμενη τεχνική παραγωγής δύο εμπορευμάτων ($n=2$):

$$p_1 = p_1 b_{11}(1 + r_I) \Rightarrow \{r_I \geq 0 \Leftrightarrow S \geq 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = m_{11} = b_{11} \leq 1\} \quad (44\alpha)$$

$$p_2 = (p_1 b_{12} + p_2 b_{22})(1 + r_{II}) \Rightarrow \{r_{II} \geq 0 \Leftrightarrow p_{21} \geq m_{12}\} \quad (44\beta)$$

όπου $m_{12} = b_{12}/(1 - b_{22})$.

Ως εκ τούτου δυνάμεθα να διακρίνουμε τις ακόλουθες υποπεριπτώσεις:

α) $b_{11} < 1$, $p_{21} < m_{12}$ και $[(m_{12} - p_{21})(X_2/X_1)] \geq [(1 - b_{11})/(1 - b_{22})]$:

η υπεραξία είναι θετική και, άρα, τα κέρδη στο αναπαραγωγικό υποσύστημα είναι θετικά, ενώ τα κέρδη στο μη αναπαραγωγικό υποσύστημα είναι αρνητικά και τα συνολικά κέρδη είναι μηδενικά ή αρνητικά.

β) $b_{11} \geq 1$, $p_{21} > m_{12}$ και $[(m_{12} - p_{21})(X_2/X_1)] < [(1 - b_{11})/(1 - b_{22})]$:

η υπεραξία είναι μηδενική ή αρνητική και, άρα, τα κέρδη στο αναπαραγωγικό υποσύστημα είναι μηδενικά ή, αντιστοίχως, αρνητικά, ενώ τα κέρδη τόσο στο μη αναπαραγωγικό υποσύστημα όσο και στο συνολικό σύστημα είναι θετικά¹⁶.

Γ. Τόσο στις αναπαραγωγικές όσο και στις μη αναπαραγωγικές διαδικασίες δεν υφίσταται ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους (και επομένως ισχύουν οι (43α), (43β)).

Το γνώρισμα της περίπτωσης αυτής είναι προφανώς το εξής: η ενδεχόμενη συνύπαρξη θετικής (μη θετικής) υπεραξίας και μη θετικών (θετικών)

16. Στο Παράδειγμα 1 έχουμε $S < 0$ και $p_U > 0$ όταν, για παράδειγμα, ισχύουν τα εξής: $c = 0.3$, $X_1 = 4$, $X_2 = 1$, $(p_1/p_2) > 1.75$.

συνολικών κερδών δύναται να οφείλεται αποκλειστικά στην ύπαρξη αρνητικών (θετικών) συνολικών κερδών στο αναπαραγωγικό υποσύστημα.

Τελικά, λοιπόν, η διερεύνηση της ισχύος του Θ.Μ.Θ. στα πλαίσια μη διασπώμενων και διασπώμενων τεχνικών έχει μέχρι στιγμής καταλήξει στα ακόλουθα συμπεράσματα:

Πόρισμα 2: i) Το Θ.Μ.Θ. ισχύει για μη διασπώμενες τεχνικές, πράγμα το οποίο αποδεικνύει ότι η μαρξική θεωρία της αξίας/υπεραξίας δύναται (απλώς) να είναι ορθή.

ii) Το Θ.Μ.Θ. δεν ισχύει για διασπώμενες τεχνικές. Η μη ισχύς του θεωρήματος οφείλεται στο αξίωμα ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, το οποίο οδηγεί στην εμφάνιση μη οικονομικά σημαντικών και πολλαπλών λύσεων (για τις τιμές και το ενιαίο ποσοστό κέρδους).

iii) Εάν, όμως, αναιρεθεί το αξίωμα ύπαρξης ενός ενιαίου ποσοστού κέρδους, τότε η θετικότητα της υπεραξίας δεν αποτελεί ούτε αναγκαία ούτε ικανή συνθήκη για την ύπαρξη θετικών συνολικών κερδών. Τόσο σε διασπώμενες όσο και σε μη διασπώμενες τεχνικές είναι απολύτως δυνατόν θετική (μη θετική) υπεραξία να συνυπάρχει με μη θετικά (θετικά) συνολικά κέρδη. Επομένως, κάθε απόπειρα ερμηνείας των κερδών δια της υπεραξίας είναι αβάσιμη.

iv) Όταν η υπεραξία είναι θετική (μη θετική), πρώτον, τόσο το διάνυσμα του υπερπροϊόντος U όσο και το διάνυσμα των κερδών π του συστήματος περιέχουν αναγκαστικά μία τουλάχιστον θετική (μη θετική) συνιστώσα και δεύτερον, η εμφάνιση μη θετικών (θετικών) συνολικών κερδών προϋποθέτει ότι τόσο το U όσο και το π περιέχουν μία τουλάχιστον αρνητική (θετική) συνιστώσα.

Προκειμένου να ολοκληρώσουμε τη διερεύνησή μας θα πρέπει προφανώς να πραγματευθούμε τα εξής ζητήματα: α) Της ύπαρξης ενός υπερπροϊόντος, το οποίο περιέχει και αρνητικές συνιστώσες. Όπως είδαμε, η εν λόγω ύπαρξη συνιστά αναγκαία συνθήκη εμφάνισης της κατάστασης: $\{S > 0, pU \leq 0\}$. Επιπλέον, είναι πάντοτε δεδομένη όταν $S \leq 0$ και $X \neq q^*$ και έτσι είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την εμφάνιση της κατάστασης: $\{S \leq 0, pU > 0\}$. β) Της σημασίας του λεγόμενου Θ.Μ.Θ. Τι ακριβώς σημαίνει το πρόσημο του μεγέθους S και γιατί δεν καθορίζει πάντοτε το πρόσημο του μεγέθους pU . γ) Της ορθότητας της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας.

Θα πραγματευθούμε τα δύο πρώτα ζητήματα ευθύς αμέσως (§10 και

11), ενώ η πραγμάτευση του τελευταίου προϋποθέτει την ανασυγκρότηση της έννοιας της αξίας και θα πραγματοποιηθεί στο *Μέρος IV* της παρούσης.

10. Η ύπαρξη ενός υπερπροϊόντος, το οποίο περιέχει και αρνητικές συνιστώσες συνεπάγεται ότι *ceteris paribus* το σύστημα δεν δύναται να αναπαραχθεί -ούτε καν- στην ίδια κλίμακα την επόμενη περίοδο παραγωγής: αναγκαστικά μία τουλάχιστον διαδικασία του θα αναπαραχθεί σε χαμηλότερη κλίμακα (καίτοι, ταυτοχρόνως, είναι δυνατόν να υπάρξουν διαδικασίες, οι οποίες θα αναπαραχθούν σε υψηλότερη κλίμακα). Αυτό αποδεικνύεται εύκολα, επειδή ισχύει εξ ορισμού (υποθέτουμε ότι οι εργαζόμενοι δεν αποταμιεύουν):

$$\begin{aligned} X &\equiv BX + (\hat{B}\hat{E})X + C_c \Rightarrow \\ U &\equiv (\hat{B}\hat{E})X + C_c \Rightarrow \\ \{U \not\geq 0 \Rightarrow \hat{E} \not\geq 0\} \end{aligned} \quad (45)$$

όπου $\hat{E}$ η $n \times n$ διαγώνια μήτρα των ρυθμών μεγέθυνσης των επιμέρους διαδικασιών (επομένως το $n \times 1$ διάνυσμα $(\hat{B}\hat{E})X \equiv I^n$ συμβολίζει τις πραγματικές καθαρές επενδύσεις του συστήματος) και $C_c (\geq 0)$ το $n \times 1$ διάνυσμα της πραγματικής κατανάλωσης των καπιταλιστών. Το εν λόγω σύστημα δύναται να αναπαραχθεί στην ίδια κλίμακα (ή σε υψηλότερη) όταν και μόνο όταν είναι δεδομένος ένας τουλάχιστον από τους ακόλουθους όρους: α) υφίστανται κατάλληλες, εναλλακτικές μέθοδοι παραγωγής, β) είναι δυνατόν να συμπιεστεί το πραγματικό ωρομίσθιο στον απαιτούμενο βαθμό και γ) υφίστανται, στην απαιτούμενη έκταση, αποθέματα μέσων παραγωγής και καταναλωτικών εμπορευμάτων (βλ. επίσης Σταμάτης (1998), σσ. 102-3, 154-5, (1998α)). Χάριν συντομίας θα αντιπαρέλθουμε τους δύο πρώτους όρους (οι οποίοι είναι και λογικά ισοδύναμοι) και θα πραγματευθούμε τον κατά σειρά τρίτο.

Έστω, λοιπόν, $C (\geq B)$ η ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος $n \times n$ μήτρα των αποθεμάτων, τα οποία το σύστημα διαθέτει στην αρχή μιας ορισμένης περιόδου παραγωγής. Το στοιχείο της c_{ij} συμβολίζει τις ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος j μονάδες εμπορεύματος i , τις οποίες έχει στη διάθεσή της η διαδικασία j στην αρχή μιας ορισμένης περιόδου παραγωγής. Ως εκ τούτου, στο τέλος της εν λόγω περιόδου το $n \times 1$ διάνυσμα των από το

σύστημα διαθέσιμων εμπορευμάτων ισούται με: $(I + C - B)X = U + CX \geq CX$ (διότι $U \geq 0$). Στην περίπτωση αυτή, ισχύουν οι ακόλουθες ταυτότητες:

$$p \equiv pB + \pi \equiv pB + p(C\hat{R}) \quad (46)$$

$$X \equiv BX + (C\hat{E})X + C_c \quad (47)$$

όπου $\hat{R}$ η $n \times n$ διαγώνια μήτρα των ποσοστών κέρδους των επιμέρους διαδικασιών (συνεπεία της $C \geq B$, τα ποσοστά κέρδους και οι ρυθμοί μεγέθυνσης των διαδικασιών πρέπει να εκφραστούν επί της C και όχι επί της B), ενώ από τις (46), (47) προκύπτει:

$$\pi X \equiv pU \equiv p(C\hat{R})X \equiv p(C\hat{E})X + pC_c \equiv pI^n + pC_c \quad (48)$$

Ωστόσο, για κάθε επιμέρους διαδικασία j ισχύουν τα εξής:

$$p_j \equiv pb_j^T + \pi_j \equiv pb_j^T + p(C\hat{R})_j^T \quad (46a)$$

$$X^j \equiv BX^j + (C\hat{E})X^j + C_c^j + (EX - IM)^j \quad (49)$$

και επομένως:

$$\pi_j X_j \equiv p(C\hat{E})X^j + pC_c^j + p(EX - IM)^j \quad (50)$$

όπου b_j^T η j στήλη της B , $(C\hat{R})_j^T$ η j στήλη της $C\hat{R}$, X^j το ακαθάριστο προϊόν της διαδικασίας j , C_c^j το διάνυσμα της πραγματικής κατανάλωσης των καπιταλιστών της διαδικασίας j και $(EX - IM)^j$ το $n \times 1$ διάνυσμα των πραγματικών καθαρών «εξαγωγών» της διαδικασίας j προς τις υπόλοιπες διαδικασίες του υπό θεώρησιν «κλειστού» συστήματος παραγωγής, το οποίο δύναται να περιέχει θετικές, μηδενικές και αρνητικές συνιστώσες και του οποίου το εσωτερικό γινόμενο με το διάνυσμα των τιμών p δύναται να είναι θετικό (οι καπιταλιστές της διαδικασίας j πιστώνουν τους καπιταλιστές των υπολοίπων διαδικασιών), αρνητικό (οι καπιταλιστές των υπολοίπων διαδικασιών πιστώνουν τους καπιταλιστές της διαδικασίας j) ή ίσο με το μηδέν. Τέλος, από τις (48) και (50) έπονται τα εξής:

$$\pi X \leq 0 \Rightarrow I^n \not\geq 0 \quad (51)$$

$$\{\pi_j X_j \leq 0, (C\hat{E})X^j \geq 0\} \Rightarrow p(EX-IM)^j < 0 \quad (52)$$

$$\{p(EX-IM)^j < 0, \pi_j X_j \leq 0\} \Rightarrow (C\hat{E})X^j < 0 \quad (53)$$

Παράδειγμα 3

Έστω η τεχνική $[A, \ell, d]$ του Παραδείγματος 1 (§8) και έστω επίσης ότι: $c=0.1$ ($\Rightarrow S>0$), $p_1=0.1$, $p_2=1$ ($\Rightarrow \pi_1=-0.14$, $\pi_2=0.56$), $X_1=4$, $X_2=1$ ($\Rightarrow U=[2, -0.2]^T$, $pU=0$), $C>B$, όπου:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow U + CX = \begin{bmatrix} 7 \\ 4.8 \end{bmatrix}, r_1 = -0.56/4.4, r_2 = 0.56/1.1.$$

Οι ρυθμοί μεγέθυνσης των διαδικασιών e_1, e_2 , οι μονάδες των εμπορευμάτων 1, 2 που καταναλώνουν οι καπιταλιστές της διαδικασίας 1: C_{c1}^1, C_{c2}^1 , οι μονάδες των εμπορευμάτων 1, 2 που καταναλώνουν οι καπιταλιστές της διαδικασίας 2: C_{c1}^2, C_{c2}^2 , οι «εξαγωγές» EX^1 και οι «εισαγωγές» IM^1 της διαδικασίας 1 (σύνολο: 8 άγνωστοι) πρέπει να ικανοποιούν τις 4 ταυτότητες (4 «βαθμοί ελευθερίας»), οι οποίες ενέχονται, για $j=1,2$, στην (49). Συνεπώς, τρεις δυνατές περιπτώσεις αναπαραγωγής του συστήματος είναι, για παράδειγμα, οι εξής¹⁷:

$$\alpha) \quad e_1=0.1, e_2=-0.7, C_{c1}^1=0.3, C_{c2}^1=0.05, C_{c1}^2=2, C_{c2}^2=0.05, EX^1=1.7,$$

$$IM^1=1.25, p(EX-IM)^{-1} < 0.$$

$$\beta) \quad e_1=-0.3, e_2=0, C_{c1}^1=1.6, C_{c2}^1=0.6, C_{c1}^2=1.6, C_{c2}^2=0.4, EX^1=2,$$

$$IM^1=0.2, p(EX-IM)^{-1} = 0.$$

17. Στην πρώτη από αυτές, τα εμπορεύματα που διαθέτει η διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1(2) στο τέλος της περιόδου παραγωγής είναι $[4.4, 4.4]^T([0.3, 0.3]^T)$. Ως εκ τούτου αυτή του εμπορεύματος 2 θα αναπαραχθεί αναγκαστικά σε χαμηλότερη κλίμακα.

$$\gamma) \quad e_1 = -0.2, e_2 = 0.41, C_{c1}^1 = 1, C_{c2}^1 = 0.1, C_{c1}^2 = 1.39, C_{c2}^2 = 0.09, EX^1 = 2.2,$$

$$IM^1 = 0.1, p(EX-IM)^{-1} > 0.$$

Τέλος, τόσο τα παραδείγματα για την περίπτωση συνύπαρξης μη θετικής υπεραξίας και θετικών κερδών (π.χ. $c=0.3$, $X_1=4$, $X_2=1$, $(p_1/p_2) > 1.75$) όσο και η περίπτωση $C=B$, $U \not\geq 0$ αφήνονται στον αναγνώστη.

11. Απομένει ο επακριβής προσδιορισμός της σημασίας του Θ.Μ.Θ. Για το σκοπό αυτό (απ' ό,τι γνωρίζουμε ο ακόλουθος τρόπος προσέγγισης του Θ.Μ.Θ. προτάθηκε κατά πρώτον στο Μαριόλης (1998α), σελ. 71, υποσ. 14) πρέπει να θεωρήσουμε εκείνο το υποσύστημα παραγωγής à la Fel'dman/Sraffa (για την έννοια του υποσυστήματος: Fel'dman ([1928], 1996), Sraffa ([1960], (1985), σσ. 133-4), το οποίο παράγει ως καθαρό προϊόν του Y' (>0 ή ≥ 0) τους πραγματικούς μισθούς $cd\ell X$ του εκάστοτε δεδομένου συστήματος $[B, Y]$. Έτσι το εκάστοτε δεδομένο σύστημα διασπάται στο εν λόγω υποσύστημα και στο υποσύστημα εκείνο, το οποίο παράγει ως καθαρό προϊόν του Y'' το υπερπροϊόν U του εκάστοτε δεδομένου συστήματος.

Για το ακαθάριστο προϊόν X' , το υπερπροϊόν U' , την υπεραξία S' , τα κέρδη pU' και το μέσο ποσοστό κέρδους $\hat{r}'$ του εν λόγω υποσυστήματος $[B, Y']$ ισχύουν, προφανώς, τα εξής:

$$X' \equiv [I-A]^{-1}(cd\ell X) \quad (54)$$

$$U' \equiv U - U'' \equiv [1 - (\omega cd)]Y' \Rightarrow \{S \geq 0 \Leftrightarrow U' \geq 0, \text{ για } c > 0\} \quad (55)$$

$$S' \equiv S - S'' \equiv (\omega cd)S \Rightarrow \{S \geq 0 \Leftrightarrow S \geq S'\} \quad (56)$$

$$pU' \equiv S' \pi'_L \Rightarrow \{S \geq 0 \Leftrightarrow pU' \geq 0\} \quad (57)$$

$$\hat{r}' \equiv s/(\Sigma' + 1) \Rightarrow \{s \geq 0 \Leftrightarrow \hat{r}' \geq 0\} \quad (58)$$

όπου $U'' \equiv [I - (cd\omega)]U$ το υπερπροϊόν του υποσυστήματος παραγωγής του Y'' και S'' η υπεραξία του, $\pi'_L \equiv (pY'/\ell X')$ η τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας και $\Sigma' \equiv (pHY')/(w\ell X')$ η τιμιακή σύνθεση του κεφαλαίου στο υποσύστημα παραγωγής του Y' και s το ποσοστό υπεραξίας.

Εάν συνδυάσουμε τις σχέσεις αυτές με την προηγηθείσα διερεύνηση στο σύνολό της, τότε συμπεραίνουμε εύκολα ότι: α) Το U' είναι (ημι-)θετικό όταν και μόνον όταν το S είναι θετικό, ενώ η θετικότητα του S δεν εξασφαλίζει την (ημι-)θετικότητα του U'' . Έτσι η θετικότητα (μη θετικότητα) του S , καίτοι εξασφαλίζει (συνεπάγεται) τη θετικότητα (μη θετικότητα) του pU' , δεν συνεπάγεται αναγκαστικά τη θετικότητα (μη θετικότητα) του pU .

β) Στις μη διασπώμενες τεχνικές υπάρχει πάντοτε ένα θετικό διάνυσμα τιμών (τιμές παραγωγής), το οποίο –εξισώνοντας τα ποσοστά κέρδους όλων των επιμέρους διαδικασιών του συστήματος– διαμορφώνει ένα ενιαίο ποσοστό κέρδους r στο σύστημα. Όταν, λοιπόν, τα εμπορεύματα ανταλλάσσονται σύμφωνα με τις τιμές παραγωγής τους, το ποσοστό κέρδους -και- του υποσυστήματος παραγωγής τού Y' γίνεται ίσο με το ενιαίο ποσοστό κέρδους r και, ως εκ τούτου, ισχύει:

$$r = s / (\Sigma^{*'} + 1), \quad \Sigma^{*'} \equiv (p^* H Y') / (w^* L X') \quad (59)$$

όπου $\Sigma^{*'}$ η σε τιμές παραγωγής εκφρασμένη τιμιακή σύνθεση κεφαλαίου του εν λόγω υποσυστήματος¹⁸. Από την (59) εξάγεται όμως ότι είναι αδύνατον το r να είναι (μην είναι) θετικό όταν το s είναι αρνητικό ή μηδέν (θετικό). Ως εκ τούτου αυτό που πράγματι συμβαίνει είναι το εξής: συνεπεία ακριβώς της ανταλλαγής των εμπορευμάτων στις τιμές παραγωγής τους, *πρώτον*, η θετικότητα της υπεραξίας –εξασφαλίζοντας την (ημι-) θετικότητα του U' – *μετατρέπεται/μεταμφιέζεται* σε αναγκαία και ικανή συνθήκη της ύπαρξης θετικών κερδών στο συνολικό σύστημα και *δεύτερον*, τα κέρδη ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος σε όλες τις διαδικασίες του συστήματος είναι ομόσημα (ή ίσα με μηδέν) και έτσι το πρόσημο των κερδών του συνολικού συστήματος *εμφανίζεται* ως ανεξάρτητο από τη σύνθεση του X (και άρα του U).

Πόρισμα 3: Ενώ η θετικότητα της υπεραξίας δεν αποτελεί ούτε αναγκαία ούτε ικανή συνθήκη της ύπαρξης θετικών συνολικών κερδών, εμφανίζεται ως τέτοια στη βάση των τιμών παραγωγής και των μη διασπώμενων

18. Θα ήταν, ίσως, σκόπιμο να εξετάσει ο αναγνώστης εάν και πώς εξισώνεται το ποσοστό κέρδους του υποσυστήματος $[B, Y']$ με το ενιαίο ποσοστό κέρδους r , στις διασπώμενες τεχνικές. Τέλος, ας εξετάσει το *Παράδειγμα 2* (§9, B) στη βάση της παρούσης προσέγγισης του Θ.Μ.Θ.: η θετικότητα του S είναι, απλώς και μόνον, αναγκαία και ικανή συνθήκη της θετικότητας του r_1 .

τεχνικών. Έτσι από τη συνολική διερεύνηση εξάγεται (φαίνεται να εξάγεται) ότι το μόνο που δύναται τελικά να λεχθεί είναι η ακόλουθη ταυτολογία: τα συνολικά κέρδη ενός συστήματος είναι θετικά όταν και μόνον όταν η μερίδα των ονομαστικών μισθών στο ονομαστικό καθαρό προϊόν του συστήματος είναι μικρότερη της μονάδας (ή, ισοδύναμα, η τιμιακή παραγωγικότητα της εργασίας στο συνολικό σύστημα υπερβαίνει το ονομαστικό ωρομίσθιο).

IV. Η λύση του ζητήματος

12. Έχουμε ήδη αποδείξει (βλ. Πρόταση 3) ότι όταν (και μόνο όταν) τα συνολικά κέρδη του συστήματος κατανέμονται στις επιμέρους διαδικασίες του κατ' αναλογίαν της ποσότητας του εμπορεύματος β ($\beta = 1, 2, \dots, n+1$) που αυτές χρησιμοποιούν άμεσα, τότε οι τιμές των εμπορευμάτων είναι ανάλογες των άμεσα και έμμεσα απαιτούμενων για την παραγωγή τους ποσοτήτων του εμπορεύματος β . Βέβαια, από όλα τα δυνατά διανύσματα τιμών υπάρχουν δύο, τα οποία έχουν άμεσο και συγκεκριμένο οικονομικό περιεχόμενο: οι λεγόμενες αξίες και οι τιμές παραγωγής. Οι λεγόμενες αξίες είναι οι τιμές εκείνες, οι οποίες θα ίσχυαν στην πραγματικότητα, εάν (και μόνο εάν) τα εμπορεύματα –εμφανίζονταν και συνεπώς– ανταλλάσσονταν ως ό,τι ακριβώς είναι: ως προϊόντα εργασίας (για την ακρίβεια, ως προϊόντα ιδιωτικών, συγκεκριμένων εργασιών). Οι τιμές παραγωγής είναι οι τιμές εκείνες, οι οποίες θα ίσχυαν στην πραγματικότητα, εάν (και μόνο εάν) τα εμπορεύματα –εμφανίζονταν και συνεπώς– ανταλλάσσονταν ως προϊόντα κεφαλαίων, στα οποία αντιστοιχεί ένα ανάλογο με το μέγεθός τους τμήμα των συνολικών κερδών του συστήματος (αναλυτικά: Μαρξ (1978), σσ. 53-5, 220-2, Σταμάτης (1995), τ. 2, σσ. 15-108). Αντιθέτως, κάθε ίσο ή ανάλογο των ποσοτήτων $m'_{\beta\gamma}$ ($\beta \neq n+1$) διάνυσμα τιμών έχει ένα αφηρημένο οικονομικό περιεχόμενο (αντιστοιχεί σε έναν τρόπο παραγωγής, στον οποίο τα εμπορεύματα –εμφανίζονται και συνεπώς– ανταλλάσσονται ως προϊόντα του εμπορεύματος β ($\neq n+1$) – και ένας τέτοιος τρόπος παραγωγής είναι αδιανόητος), ενώ σε κάθε διάνυσμα τιμών, το οποίο αποκλίνει τόσο από τις ποσότητες $m'_{\beta\gamma}$ όσο και από τις τιμές παραγωγής, μόνον εμμέσως είναι δυνατόν, στα πλαίσια της παρούσης ανάλυσης, να προσδοθεί ένα οικονομικό περιεχόμενο. Πρόκειται για θεωρητικές ή πραγματικές τιμές, των οποίων το ύψος διαμορφώνεται

από την αλληλεπίδραση προσφοράς - ζήτησης στις αγορές εμπορευμάτων και χρήματος και το οποίο, έτσι, μόνον ως εξωγενώς δεδομένο δύναται να θεωρηθεί στα πλαίσια της παρούσης ανάλυσης.

Συγκεκριμένα τώρα, στον καπιταλιστικό τρόπο παραγωγής, ακριβώς επειδή το κέρδος κάθε επιμέρους διαδικασίας εμφανίζεται ως προϊόν –ως τόκος (από το: *τίκτω*), γράφει ο Marx– του προκαταβεβλημένου σε αυτήν ονομαστικού κεφαλαίου, προσιδιάζουν τιμές, οι οποίες αποκλίνουν αναγκαστικά από τις λεγόμενες αξίες των εμπορευμάτων. Οι εν λόγω τιμές, όμως, αποκλίνουν κατά κανόνα και από τις τιμές παραγωγής (καίτοι αρκεί να αναλογιστεί κανείς, ως αντιπαράδειγμα, την περίπτωση των διασπώμενων τεχνικών, μια ανάλυση των αλληλεπιδράσεων προσφοράς - ζήτησης στις επιμέρους αγορές αποδεικνύει του λόγου το αληθές), πράγμα το οποίο καθιστά απολύτως δυνατή τη συνύπαρξη θετικής (μη θετικής) υπεραξίας και μη θετικών (θετικών) συνολικών κερδών. Ωστόσο, η συνεκτική έκθεση της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας (βλ. Μαριόλης (1998), (1998α), Σταμάτης (1998), σσ. 120-41, 169-73, 186-88) αποδεικνύει ότι: α) Οι λεγόμενες αξίες των εμπορευμάτων (βλ. τη σχέση ορισμού (3)), δηλ. οι ενσωματωμένες ποσότητες εργασίας *à la Sraffa*, δεν συνιστούν στην πραγματικότητα τις αξίες τους. β) Αυτό συμβαίνει γιατί: κατά την ανταλλαγή των εμπορευμάτων ανάμεσα στους επιμέρους (και αμοιβαία ανεξάρτητους) παραγωγούς, ανταλλαγή η οποία διαμεσολαβείται από το χρήμα και ορίζεται ποσοτικά από τις εκάστοτε ισχύουσες σχετικές τιμές (βλ. και ό,τι ακολουθεί το *Σχήμα 1* της παρούσης καθώς και το *σημείο in* του *Πορίσματος 1*), ανταλλάσσονται και οι ποσότητες των αντίστοιχων –απαιτούμενων για την παραγωγή των εμπορευμάτων– ιδιωτικών, συγκεκριμένων εργασιών. Μέσω, λοιπόν, αυτής της κοινωνικής διαδικασίας (Marx), οι εν λόγω ποσότητες ομογενοποιούνται, μεταμορφώνονται σε ποσότητες κοινωνικής, αφηρημένης εργασίας και παριστάνονται ως διαφορετικές, σύμμετρες, ποσότητες ενός και του αυτού πράγματος: του χρήματος. Αυτές ακριβώς οι ομογενοποιημένες ποσότητες κοινωνικής, αφηρημένης εργασίας, οι οποίες διαφέρουν ποιοτικά και ποσοτικά από τις ξοδεμένες στην παραγωγή των εμπορευμάτων ποσότητες ιδιωτικών συγκεκριμένων εργασιών, συνιστούν (σε συμφωνία και με τη μαρξική αντίληψη στη γενική της γραμμή) τις αξίες των εμπορευμάτων και είναι πάντοτε ίσες με τις εκάστοτε ισχύουσες (θεωρητικές ή πραγματικές) τιμές.

Επειδή, λοιπόν, οι αξίες των εμπορευμάτων είναι στην πραγματικότητα

πάντοτε ίσες με τις εκάστοτε ισχύουσες τιμές p , έπεται ότι και η υπεραξία δεν ισούται με το μέγεθος ωU (θα ήταν ίση με το μέγεθος αυτό εάν και μόνο εάν τα εμπορεύματα ανταλλάσσονταν βάσει του διανύσματος ω των ενσωματωμένων ποσοτήτων εργασίας), αλλά με το μέγεθος pU – ήτοι με τα συνολικά κέρδη. Ως εκ τούτου, αποδείχτηκε ότι η προηγούμενα διαπιστωθείσα συνύπαρξη θετικής (μη θετικής) υπεραξίας και μη θετικών (θετικών) συνολικών κερδών απορρέει, απλώς, από μία μη συνεκτική προσέγγιση της έννοιας και, άρα, του μεγέθους των αξιών.

Παράδειγμα 4

Έστω η τεχνική $[A, \ell, d]$ του Παραδείγματος 1 (§8) και έστω επίσης ότι: $c=0.1$, $p_1=0.1$, $p_2=1$, $X_1=4$, $X_2=1$, $C=B$. Από τα δεδομένα αυτά έπονται τα εξής: $\omega_1 \cong 1.852$, $\omega_2 \cong 2.963$, $Y=[2.6, 0.4]^T$, $cd\ell X=[0.6, 0.6]^T$, $U=[2, -0.2]^T$, $\ell X \equiv \omega Y=6$, $S \cong 3.111$, $pY=0.66$, $w\ell X=0.66$, $pU=0$, $\pi_1=-0.14$, $\pi_2=0.56$, $r_1=-0.14/0.24$, $r_2=0.56/0.44$.

Βάσει της προηγηθείσας ανάπτυξης, είμαστε σε θέση να παρατηρήσουμε τα εξής:

α) Οι λεγόμενες αξίες των εμπορευμάτων, όπως αυτές υπολογίζονται βάσει της (3), συνιστούν τις συνολικά (δηλ. άμεσα και έμμεσα) ξοδεμένες στην παραγωγή τους ποσότητες εργασιακής δύναμης. Συνιστούν δηλαδή, τις συνολικά ενσωματωμένες στα επιμέρους εμπορεύματα μονάδες εργασίας (ή, ισοδύναμα, τις συνολικά απαιτούμενες για την παραγωγή των επιμέρους εμπορευμάτων μονάδες εργασίας). Έτσι από τα τεχνικά δεδομένα $[A, \ell]$ της παραγωγής εξάγεται ότι σε μια μονάδα του εμπορεύματος 1 (2) ενσωματώνονται 1.852 (2.963) μονάδες εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, και συνεπεία του κοινωνικού καταμερισμού/συνδυασμού της εργασίας, οι εν λόγω 1.852 (2.963) μονάδες εργασίας συνιστούν το *ευθύ άθροισμα* [ακριβώς επειδή έχουμε υποθέσει ότι η εργασιακή δύναμη είναι ομοιογενής] των 1.482 (0.370) συνολικά ξοδεμένων στη διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 1 μονάδων εργασιακής δύναμης και των 0.370 (2.593) συνολικά ξοδεμένων στη διαδικασία παραγωγής του εμπορεύματος 2 μονάδων εργασιακής δύναμης. Προφανώς, οι εν λόγω ποσότητες υπολογίζονται ως εξής:

$$\Omega \equiv \Omega A + L \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix} A + \begin{bmatrix} \ell_1 & 0 \\ 0 & \ell_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\omega_{11} \cong 1.482, \omega_{21} \cong 0.370, \omega_{12} \cong 0.370, \omega_{22} \cong 2.593 \quad (60)$$

και

$$\omega \equiv [\omega_1, \omega_2] \equiv [1, 1] \Omega \quad (61)$$

β) Τα εμπορεύματα (στον καπιταλιστικό τρόπο παραγωγής) ανταλλάσσονται βάσει τιμών, οι οποίες αποκλίνουν από τις ενσωματωμένες ποσότητες εργασίας. Βέβαια είναι απολύτως δυνατόν να παραστήσει κανείς τις εκάστοτε -θεωρητικά προσδιοριζόμενες ή εμπειρικά δεδομένες- τιμές ως μεγέθη, τα οποία συντίθενται γραμμικά από τις εν λόγω ποσότητες εργασίας. Από την (3), την (46) (για $C=B$) και την (61) έπεται:

$$p \equiv \omega T \equiv [1, 1] \Omega T \quad (62)$$

όπου

$$T \equiv w[I - A][I + \hat{R}][I - (A[I + \hat{R}])]^{-1} \quad (63)$$

Έτσι από τα δεδομένα του παραδείγματός μας προκύπτει:

$$T \equiv \begin{bmatrix} 0.033 & -0.064 \\ 0.033 & 0.377 \end{bmatrix}, \Omega T \equiv \begin{bmatrix} 0.055 & 0.045 \\ 0.045 & 0.955 \end{bmatrix}$$

Πέραν του ότι είναι επίσης δυνατόν να προσδιοριστούν οι «τελεστές μετασχηματισμού» των διανυσμάτων m_k σε τιμές (προσδιορίζονται εύκολα από την (29) –βλ. και Μαριόλης (1998α), σσ. 55-6), η (62) δεν θα πρέπει να υπερτιμάται. Διότι, πρώτον, πρόκειται για μια ταυτότητα, η οποία έτσι δεν δύναται να εξηγήσει οικονομικά το –διαμέσου του διανύσματος ω – σχηματισμό των τιμών p , δεύτερον, δεν δύναται να υποβοηθή στην εξήγηση ενός τέτοιου σχηματισμού, απλώς επειδή είναι ανύπαρκτος (ούτε υπάρχει, στον καπιταλιστικό τρόπο παραγωγής, οικονομικό υποκείμενο, το οποίο να εκλαμβάνει οποιονδήποτε βασισμένο στις ενσωματωμένες ποσότητες εργασίας υπολογισμό ως έγκυρο όρο της δράσης του ούτε από τον εκ των υστέρων συνυπολογισμό των αποτελεσμάτων των επιμέρους δράσεων των οικονομικών υποκειμένων δικαιούμεθα να αποφανθούμε ότι είναι ως εάν τα εν λόγω υποκείμενα να είχαν βασιστεί σε τέτοιους υπολογισμούς) και, κυρίως, τρίτον στον

«τελεστή μετασχηματισμού» T υπεισέρχονται, διαμέσου του w , οι τιμές p , πράγμα που σημαίνει ότι βάσει της (62) αφενός είναι οι τιμές αυτές που «μετασχηματίζονται» σε τιμές (βλ. και Μαριόλης (1998α), §4) και αφετέρου είναι αδύνατον να συνταχθεί κάποια πρόταση σχετική με –αυτό που συνιστά το ουσιώδες για τη μαρξική θεωρία– τη μεταμόρφωση των εργασιών σε χρήμα.

γ) Στην πραγματικότητα δεν υφίσταται καμία σύνθεση (γραμμική ή άλλη) των τιμών από τις ενσωματωμένες ποσότητες εργασίας. Απλώς, δια της οριζόμενης από το λόγο p_1/p_2 ανταλλαγής και χωρίς να συνιστά επιδίωξη ή, έστω, να υπόκειται στη γνώση των οικονομικών υποκειμένων (Marx), οι ενσωματωμένες σε 1 μονάδα του εμπορεύματος 1 ω_1 μονάδες εργασίας (ορθότερα: $\omega_{11} + \omega_{21}$ μονάδες εργασίας) εξομοιώνονται με τις $(p_1/p_2)\omega_2$ (ορθότερα: $(p_1/p_2)(\omega_{12} + \omega_{22})$) ενσωματωμένες σε (p_1/p_2) μονάδες του εμπορεύματος 2 μονάδες εργασίας και συνιστούν, έτσι, 1 (κατά σύμβαση) μονάδα κοινωνικής, αφηρημένης εργασίας. Επομένως, η μοναδιαία αξία του εμπορεύματος 1 είναι 1 (κατά σύμβαση) μονάδα αφηρημένης εργασίας και η μοναδιαία αξία του εμπορεύματος 2 είναι (p_2/p_1) μονάδες αφηρημένης εργασίας. Ωστόσο, η επιλογή της μονάδας μέτρησης της αφηρημένης εργασίας είναι μια πράξη χωρίς νόημα, διότι αυτή η πράξη έχει «ήδη» επιτελεστεί εντός της ίδιας της οικονομικής πραγματικότητας: οι τιμές είναι δεδομένες ως απόλυτες τιμές, η ανταλλαγή διαμεσολαβείται από το χρήμα και, συνεπώς, το χρήμα (η μονάδα του χρήματος) συνιστά το μέσο έκφρασης (τη μονάδα μέτρησης) της αφηρημένης εργασίας. Έτσι, λοιπόν, οι αξίες των εμπορευμάτων είναι πάντοτε ίσες με τις εκάστοτε ισχύουσες τιμές.

δ) Από την προσέγγιση αυτή εξάγεται άμεσα ότι η ενδεχόμενη συνύπαρξη θετικού (μη θετικού) S και μη θετικού (θετικού) pU δεν είναι παράδοξη, διότι πρόκειται για άσχετα μεταξύ τους μεγέθη. Το S είναι το σε ενσωματωμένες ποσότητες εργασίας αποτιμημένο υπερπροϊόν και θα συνιστούσε τα κέρδη του συστήματος εάν (και μόνο εάν) τα εμπορεύματα ανταλλάσσονταν βάσει του λόγου ω_1/ω_2 . Το pU είναι το σε ποσότητες αφηρημένης εργασίας (ήτοι χρήμα) αποτιμημένο υπερπροϊόν και συνιστά τα κέρδη του συστήματος. Ειδικότερα, στο παράδειγμά μας (όπου $pU=0$, διότι $pY=w\ell X$) οι σύμμετρες, ενσωματωμένες ποσότητες εργασίας $\omega Y=6$, $\omega c d\ell X \cong 2.889$, $S \cong 3.111$ (όπως επίσης και οι αντίστοιχες, ασύμμετρες, ποσότητες εμπορευμάτων Y , $c d\ell X$, U , τις οποίες αυτές παρήγαγαν) έχουν –δια της οριζόμενης

από το λόγο p_1/p_2 και μεσολαβούμενης από το χρήμα ανταλλαγής– μεταμορφωθεί σε σύμμετρες ποσότητες μιας «νέας» (όμως) ποιότητας (της κοινωνικής, αφηρημένης εργασίας) και παριστάνονται ως, αντιστοίχως, 0.66, 0.66, 0 μονάδες χρήματος. Έτσι η νέα αξία που παράγει το ξόδεμα μίας μονάδας εργασιακής δύναμης ισούται με την αξία αυτής και ως εκ τούτου η υπεραξία ισούται με το μηδέν (η αναφερόμενη στο *Πόρισμα 3* συνθήκη κερδοφορίας δεν είναι, λοιπόν, ταυτολογία στα πλαίσια της μαρξικής θεωρίας).

13. Στα ακόλουθα συνοψίζουμε τα κεντρικά αποτελέσματα της παρούσης διερεύνησης, τις συνέπειές της και προσδιορίζουμε τις σχέσεις της με ορισμένες προϋπάρχουσες, όχι κατά τύχη επιλεγμένες, συναφείς διερευνήσεις:

A. *Εάν* η θετικότητα της λεγόμενης υπεραξίας, δηλ. του μεγέθους S , συνιστούσε σε *κάθε περίπτωση* την αναγκαία και ικανή συνθήκη της ύπαρξης θετικών συνολικών κερδών, τότε θα έπρεπε να λεχθεί ότι τα συνολικά κέρδη είναι θετικά (μη θετικά) *μόνον όταν και επειδή* η υπεραξία είναι θετική (μη θετική). Αυτό, βέβαια, θα ήταν αδύνατο να θεμελιωθεί διαμέσου ενός συστήματος εξισώσεων/ταυτοτήτων (καίτοι θα μπορούσε, εν συνεχεία, να αναπαρασταθεί από ένα τέτοιο, καλώς ορισμένο σύστημα), αλλά θα θεμελιωνόταν στη μαρξική θεωρία του καπιταλιστικού τρόπου παραγωγής (για την συστηματική έκθεσή της: Σταμάτης (1990), σσ. 20-119). Μεταξύ άλλων, η εν λόγω θεωρία (και ειδικότερα τα περί: φετιχιστικού χαρακτήρα του εμπορεύματος, πραγματοποίησης και «ψευδούς» συνείδησης) θα απεδείκνυε γιατί ακριβώς η πρόταση: «τα εμπορεύματα είναι προϊόντα εργασίας (και μόνον εργασίας) και, άρα, τα κέρδη είναι το προϊόν της υπερεργασίας» δεν θεωρείται αυτονοήτως ορθή και χρήζει απόδειξης. Όλα αυτά θα εσήμαιναν, βέβαια, ότι η εμφανιζόμενη στα πλαίσια της Γενικής Συνθήκης Κερδοφορίας (§7,A) ισοτελικότητα είναι ψευδής. Στην πραγματικότητα υπάρχει μία (και μόνον μία) θεμελιακή συνθήκη ($S \geq 0 \Leftrightarrow pU \geq 0$), από την οποία απορρέουν όλες οι υπόλοιπες (βλ. επίσης Σταμάτης (1998), σσ. 128-9), και μάλιστα η συνθήκη αυτή ενέχει αιτιότητα προσδιορίσιμης φοράς ($S \geq 0 \rightarrow pU \geq 0$).

B. Δείξαμε, ωστόσο, ότι η θετικότητα του μεγέθους S δεν συνιστά ούτε την αναγκαία ούτε την ικανή συνθήκη της ύπαρξης θετικών συνολικών κερδών και, εν συνεχεία, ερμηνεύσαμε την φαινόμενη ισχύ του λεγόμενου

Θ.Μ.Θ. για μη διασπώμενες τεχνικές. Τέλος, βασιζόμενοι στην επίλυση του «ζητήματος του μετασχηματισμού» (Μαριόλης (1998), (1998α), Σταμάτης (1998), σσ. 120-41, 169-73, 186-88 – βλ. επίσης Σταμάτης (1990), σσ. 26-7, 37), η οποία προϋποθέτει τη συνεκτική (επαν-)έκθεση της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας, δείξαμε αφενός ότι το μέγεθος S δεν συνιστά την υπεραξία και αφετέρου ότι η υπεραξία ισούται πάντοτε με τα συνολικά κέρδη. Ως εκ τούτου: α) Δεδομένης της ισχύος της μαρξικής θεωρίας του καπιταλιστικού τρόπου παραγωγής (σημείο A , εδώ (§13)), τα συνολικά κέρδη είναι θετικά μόνον όταν και επειδή η υπεραξία είναι θετική. β) Επιλύθηκαν τα –στη βάση της παραδοσιακής μαρξιστικής αντίληψης περί αξιών– ανυπέρβλητα ζητήματα, τα οποία εμφανίζονταν κατά την διερεύνηση των υφιστάμενων σχέσεων ανάμεσα στο –κατά περίπτωση αναλόγως ορισμένο– μέγεθος S και τα συνολικά κέρδη, στις περιπτώσεις των «ανοιχτών» οικονομιών (Steedman (1977), p. 200, n. 25, Steedman/Metcalf (1981), pp. 140-1, Μαριόλης (1997)), της ύπαρξης ετερογενούς εργασίας (Bowles/Gintis (1977), Morishima (1978), Rosinger (1996), Σταμάτης (1998), σσ. 145-89, (1998α), σσ. 23-43) και της ύπαρξης σύνθετης παραγωγής (Steedman (1977), Ch. 11, Stamatis (1979), (1979a), (1983), (1984), Ch. VI, Σταμάτης (1998), σσ. 21-8, 78-88, Μαριόλης (1998α), σσ. 66-8). γ) Οι οικονομολόγοι απαλλάσσονται οριστικά από την εκτέλεση κάθε εμπειρικού υπολογισμού σε όρους ενσωματωμένων ποσοτήτων εργασίας (αφορά σε ορισμένους μόνον μαρξιστές οικονομολόγους, διότι όλοι οι υπόλοιποι, μαρξιστές και μη, πάντοτε αντιλαμβάνονταν αυτούς τους υπολογισμούς ως καββαλιστικούς).

Γ. Η «γενική θεωρία του κέρδους» του V.K. Dmitriev και ορισμένες προσεγγίσεις του I. Steedman ((1977), p. 200, n. 25, (1980), (1985), Steedman/Metcalf (1981), pp. 140-1) έδωσαν το ερέθισμα για την παρούσα διερεύνηση. Στην ολοκλήρωσή της, ωστόσο, σχετίζεται ευθέως με αυτές του N. Okishio (1955), (1963), (1974), (1976) και του Γ. Σταμάτη (1998), (1998α).

Στην πραγματικότητα ο N. Okishio απέδειξε ότι η θετικότητα του μεγέθους S : α) Είναι, απλώς και μόνον, αναγκαία και ικανή συνθήκη της δυνατότητας ύπαρξης θετικών κερδών σε όλες τις διαδικασίες παραγωγής (βλ. Πρόταση 1 και Πρόγραμμα 1 της παρούσης). Από την απόδειξη αυτή συμπεράνε ότι ((1963), p. 293 – βλ. επίσης (1976), p. 6): «A positive rate of exploitation is merely a *necessary* condition for the existence of positive profit. Because the positiveness of the rate of exploitation only assures the

production of surplus, *it does not imply its conversion into monetary form*. For this, the existence of sufficient demand is required. A positive rate of exploitation is the necessary condition on the production side. Additional conditions on the market side are needed; specifically, a sufficient demand on the part of the capitalists for the surplus product» (υπογορ. δικές μου – Θ.Μ. Ο αναγνώστης θα αντιλήφθηκε, ωστόσο, ότι τα σχόλια αυτά του Ν. Okishio είναι, σε ορισμένο βαθμό, συγκεχυμένα). β) Είναι αναγκαία και ικανή συνθήκη της ύπαρξης θετικών τιμών παραγωγής και κερδών στις μη διασπώμενες τεχνικές ((1955), pp. 76-8, (1963), pp. 293-4), ενώ δεν πραγματεύτηκε αναλυτικά τις διασπώμενες τεχνικές (για αυτές αναπαράγει απλώς τις γνωστές –πλην όμως εσφαλμένες– απόψεις του Bortkiewicz – βλ. (1963), p. 294, (1974), pp. 6-7). Δεδομένων της απόδειξης της πρώτης από τις προτάσεις αυτές, του γεγονότος ότι οι αναφορές του Ρ. Sraffa ([1960], 1985) στις διασπώμενες τεχνικές άφησαν να φανούν (καίτοι εμμέσως) ορισμένα από τα προβλήματα που ενέχονται σε αυτές και της εξαιρετικής του –σε θεωρητικό και τεχνικό επίπεδο– συγκρότησης, δεν μπορούμε να πιστέψουμε ότι ο Ν. Okishio δεν προχώρησε ποτέ στην πλήρη «αποσύνδεση» των κερδών από το Σ. Εκτιμούμε έτσι ότι δεν δημοσίευσε ποτέ (από ό,τι γνωρίζουμε) τίποτε σχετικό, ακριβώς επειδή επιδίωξε –στο βαθμό που δεν είχε φτάσει σε μία συμβατή με την εν λόγω «αποσύνδεση» λύση του «ζήτηματος του μετασχηματισμού»– να προστατέψει τον πυρήνα της μαρξικής θεωρίας της αξίας/υπεραξίας από μια αποφασιστική κριτική.

Από την άλλη πλευρά, τέλος, ο Γ. Σταμάτης (1998) περιόρισε (παραδόξως) τη διερεύνηση της ισχύος του Θ.Μ.Θ. στα πλαίσια των τιμών παραγωγής και –ουσιαστικά– των μη διασπώμενων τεχνικών (βλ. και Σταμάτης (1998α), σσ. 11-21). Έτσι, ενώ είχε δώσει (ανεξάρτητα από εμάς) τη λύση στο «ζήτημα του μετασχηματισμού», δεν κατέληξε στα αποτελέσματα της παρούσης. Ωστόσο, βάσει της εν λόγω λύσης (βλ. και Σταμάτης (1998α), σσ. 30-1) ερμήνευσε την απολύτως δυνατή συνύπαρξη θετικών κερδών και μη θετικών υπεραξιών (μία τουλάχιστον είναι θετική) στην περίπτωση εκείνη, κατά την οποία η εργασία είναι ετερογενής.

Αναφορές

I. Ξενόγλωσσες

- Bharadwaj, K. (1970), On the Maximum Number of Switches between Two Production Systems, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, 106.
- Bortkiewicz, L. Von (1907), Wertrechnung und Preisrechnung im Marxschen System, *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*, 25.
- Bowles, S. / Gintis, H. (1977), The Marxian theory of value and heterogeneous labour: a critique and reformulation, *Cambridge Journal of Economics*, 1.
- Bródy, A. (1974), *Proportions, Prices and Planning*, North-Holland, Amsterdam.
- Dmitriev, V.K. ([1898], 1974), *Economic Essays*, CUP, New York.
- Krause, U. (1981), Heterogeneous Labour and the Fundamental Marxian Theorem, *Review of Economic Studies*, 68.
- Mariolis, Th. (1998), On the profitability and the efficiency of the techniques in a neo-Ricardian model of single production: a note, Panteion University, *mimeo*.
- Mariolis, Th. (1998a), On the role of the luxury commodities: Marx was right, Panteion University, *mimeo*.
- Morishima, M. (1975), Marx à la lumière de la théorie moderne, *Economie appliquée*, 28.
- Morishima, M. (1978), S. Bowles and H. Gintis on the Marxian Theory of Value and heterogeneous labour, *Cambridge Journal of Economics*, 2.
- Morishima, M. / Seton, F. (1961), Aggregation in Leontief matrices and the labour theory of value, *Econometrica*, 29.
- Okishio, N. (1955), Monopoly and the Rates of Profit, *Kobe University Econ. Review*, 1.
- Okishio, N. (1963), A Mathematical Note on Marxian Theorems, *Weltwirtschaftliches Archiv*, 91.
- Okishio, N. (1974), Value and Production Price, *Kobe University Econ. Review*, 20.
- Okishio, N. (1976), Marxian Fundamental Theorem, *Kobe University Econ. Review*, 22.
- Pasinetti, L. (1973), The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis, *Metroeconomica*, 25.
- Rosinger, J-L. (1996), An elementary proof of the Bowles-Gintis-Morishima fundamental Marxian theorem with heterogeneous labour, *Cambridge Journal of Economics*, 20.
- Stamatis, G. (1979), Beiträge zur Kritik der neoricardianischen und neoklassischen Theorie, Göttingen.
- Stamatis, G. (1979a), Über negative «Arbeitswerte», *Nordisk Forum*, 21.

- Stamatis, G. (1983), On Negative Labour Values, *Review of Radical Political Economics*, 15.
- Stamatis, G. (1984), *Sraffa und sein Verhältnis zu Ricardo und Marx*, Göttingen.
- Stamatis, G. (1988), *Über das Normwaresubsystem und die w-r Relation*, Kritiki, Athen.
- Stamatis, G. (1998), On the Position and the Slope of the w-r Curve, *Πολιτική Οικονομία / Political Economy*, 2.
- Steedman, I. (1975), Positive Profits with Negative Surplus Value, *Economic Journal*, 85.
- Steedman, I. (1977), *Marx after Sraffa*, N.L.B., London.
- Steedman, I. (1980), Heterogeneous Labour and «Classical» Theory, *Metroeconomica*, 33.
- Steedman, I. (1985), Heterogeneous Labour, Money Wages and Marx's Theory, *History of Political Economy*, 17.
- Steedman, I. / Metcalfe, J.S. (1981), On Duality and Basic Commodities in an Open Economy, *Australian Economic Papers*, 20.

II. Ελληνικές

- Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης, Θ. (1992), Ο προσδιορισμός των τιμών και η σχέση ονομαστικού ωρομισθίου ποσοστού κέρδους στα γραμμικά συστήματα παραγωγής, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, 10.
- Βουγιουκλάκης, Π. / Μαριόλης, Θ. (1993). Ο προσδιορισμός των τιμών σε συστήματα, στα οποία τα μέγιστα ποσοστά κέρδους του βασικού και του μη βασικού υποσυστήματος είναι ίσα, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, 12.
- Fel'dman, G.A. ([1928], 1996), Για τα υποσυστήματα παραγωγής, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, 18.
- Krugman, P. / Obstfeld, M. (1995), *Διεθνής Οικονομική*, Τόμος Αα, Κριτική, Αθήνα.
- Μαριόλης, Θ. (1992), Μία πρόταση σχετικά με το πρόσημο των απολύτων τιμών, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, 11.
- Μαριόλης, Θ. (1993), *Η Νεορικαρδιανή Θεωρία του Εξωτερικού Εμπορίου - Κριτική προσέγγιση*, Διδακτορική διατριβή, Πάντειο Πανεπιστήμιο.
- Μαριόλης, Θ. (1996), Η συμβολή του V.K. Dmitriev στη θεωρία των τιμών, της κατανομής και του κεφαλαίου, Μέρος I, *Τεύχη Πολιτικής Οικονομίας*, 18.
- Μαριόλης, Θ. (1997), Σχετικά με τον προσδιορισμό των αξιών σε «ανοιχτές» οικονομίες: για την κριτική του λεγόμενου Θεμελιώδους Μαρξικού Θεωρήματος, Πάντειο Πανεπιστήμιο, *mimeo*.
- Μαριόλης, Θ. (1997α), Μη βασικά και μη αναπαραγωγικά εμπορεύματα στα «κλειστά» και στα «ανοιχτά» νεορικαρδιανά υποδείγματα, *Πολιτική Οικονομία*, 1.
- Μαριόλης, Θ. (1998), Σχετικά με το λεγόμενο ζήτημα του μετασχηματισμού των αξιών σε τιμές, *Ουτοπία*, 28.

- Μαριόλης, Θ. (1998α), Σχετικά με το λεγόμενο ζήτημα του μετασχηματισμού των αξιών σε τιμές, *Πολιτική Οικονομία / Political Economy*, 3.
- Μαρξ, Κ. (1978), *Το Κεφάλαιο*, τόμος τρίτος, Σύγχρονη Εποχή, Αθήνα.
- Μαρξ, Κ. (1984), *Αποτελέσματα της άμεσης διαδικασίας παραγωγής*, Α/συνέχεια, Αθήνα.
- Sraffa, P. ([1960], 1985), *Παραγωγή Εμπορευμάτων μέσω Εμπορευμάτων*, Σύγχρονα Θέματα, Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1990), *Αναπαραγωγή, Εισοδηματικό Κύκλωμα και Εθνικοί Λογαριασμοί*, Κριτική, Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1991), *Νεοκλασική Μικροοικονομική Θεωρία*, Κριτική Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1992), *Ο Sraffa και η σχέση του με τον Ricardo και τον Marx*, Κριτική, Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1994), *Κείμενα Οικονομικής Θεωρίας και Πολιτικής*, τόμος 3^{ος}, Κριτική, Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1995), *Προβλήματα Θεωρίας Γραμμικών Συστημάτων Παραγωγής*, τόμοι 2, Κριτική, Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1998), *Θεωρία της Αξίας και της Υπεραξίας*, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.
- Σταμάτης, Γ. (1998α), *Υπεραξία και Κέρδος*, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.