ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ - 2 - ΑΝΟΙΞΗ 1998 - ΣΕΛ. 101 - 146

Κυκλικές Διακυμάνσεις και Υπερσυσσώρευση Κεφαλαίου

Κριτική σύνοψη των βασικών θεωρητικών προτάσεων της σύγχρονης συζήτησης για τον «Γενικό Νόμο της Κεφαλαιοκρατικής Συσσώρευσης»

του

Γιώργου Σωτήρχου

Ι. Το θέμα

Στο πρώτο μέρος του 23 κεφαλαίου του Ι τόμου του *«Κεφαλαίου»* περιγράφεται από τον Μαρξ ένας μηχανισμός κυκλικών διακυμάνσεων της καπιταλιστικής οικονομίας. Ο μηχανισμός αυτός δεν αποτέλεσε αντικείμενο επιστημονικής έρευνας ως το 1960, οπότε ο Goodwin ανακάλυψε μέσα στις γραμμές του κειμένου του Μαρξ τον παραπάνω μηχανισμό και απέδειξε την λογική και μαθηματική συνοχή των προϋποθέσεων που θέτει ο Μαρξ με τα αποτελέσματα στα οποία καταλήγει. Ενδιαφέρον είναι το γεγονός ότι στο μοντέλο που κατασκεύασε για να περιγράψει ο Goodwin τις παραπάνω πλευρές της μαρξικής θεωρίας οι υποθέσεις του μοντέλου είναι αυτονόητες για την οικονομική θεωρία, ακόμη και την μη-μαρξική, που θεωρεί την κατανομή του εισοδήματος μη-παγιωμένη βραχυχρόνια[1].

Πρέπει σ' αυτό το σημείο να αντιδιαστείλουμε το «βραχυχρόνιο» μοντέλο του πρώτου τμήματος του 23 Κεφαλαίου του πρώτου τόμου του *«Κεφαλαίου»* από το «μακροχρόνιο» μοντέλο του δεύτερου τμήματος του ιδίου κεφαλαίου. Η ουσιώδης διαφορά των δύο μηχανισμών είναι ότι ο μεν πρώτος λειτουργεί υπό συνθήκες σταθερής οργανικής σύνθεσης του κεφαλαίου και ο δε δεύτερος υπό συνθήκες αύξουσας οργανικής σύνθεσης κεφαλαίου[2].

1. Η ανάλυση του Μαρξ περιγράφει τον πραγματικό οικονομικό κύκλο των πρώτων σταδίων της καπιταλιστικής ανάπτυξης και δεν είναι ένα μοντέλο κυκλικών οικονομικών διακυμάνσεων. Η περιγραφή του Μαρξ, βέβαια δεν στερείται αναλυτικής αξίας και περιγράφει διεξοδικά τις διακυμάνσεις των βασικών μεταβλητών του οικονομικού συστήματος. Βλ. «Das Kapital», (1962), Bd. I, 3η έκδοση, σελ. 640-649. Το μοντέλο Goodwin που αποτελεί μάλλον επιτυχή μεταφορά ενός μοντέλου της βιολογίας στην οικονομική επιστήμη περιγράφει την χρονική μεταβολή δύο ανταγωνιστικών πληθυσμών και έχει ενταχθεί στην συζήτηση της θεωρίας των οικονομικών διακυμάνσεων από τον Goodwin, βλ. Goodwin, 1982, σελ. 165-170.
2. Για το μακροχρόνιο μοντέλο που αναπτύσσει ο Μαρξ στις σελ. 650-677 του 1ου τόμου του Κεφαλαίου, βλέπε Γιώργος Σταμάτης: «Τεχνολογική μεταβολή και ποσοστό κέρδους», Αθήνα 1989.

Χαρακτηριστικό του μοντέλου Goodwin και των γενικεύσεών του, όπου περιγράφεται κυρίως ο πρώτος μηχανισμός και εν μέρει μόνο ο δεύτερος, είναι ότι εντάσσουν την μετακεϋνσιανή συζήτηση για την καμπύλη Philips στην συζήτηση για τις βραχυχρόνιες επιπτώσεις της μεταβλητής κατανομής του εισοδήματος στην θεωρία μεγέθυνσης του Kaldor.

Τέλος, το μοντέλο του Goodwin θέτει εμμέσως το ερώτημα της συμβολής των κλασικών της πολιτικής οικονομίας και του Μαρξ στην οικονομική θεωρία δεδομένου ότι τα μοντέλα της σύγχρονης και σχεδόν πενηντάχρονης συζήτησης για την θεωρία μεγέθυνσης μοιάζουν «ειδικές» περιπτώσεις των κλασικών και μαρξικών κειμένων.

II. Το βασικό μοντέλο Goodwin

Οι υποθέσεις του μοντέλου είναι:

α) Ο λόγος κεφαλαίου-προϊόντος παραμένει σταθερός τόσο μακροχρόνια όσο και βραχυχρόνια στις διάφορες φάσεις του οικονομικού κύκλου.

β) Η παραγωγικότητα της εργασίας αυξάνει με σταθερό ρυθμό m.

γ) Το πραγματικό προϊόν διανέμεται σε μισθούς και κέρδη.

δ) Τα κέρδη αποταμιεύονται και επενδύονται εξ ολοκλήρου ενώ οι μισθοί καταναλώνονται.

ε) Το πραγματικό ωρομίσθιο καταβάλλεται post-factum και μεταβάλλεται με ρυθμό $\hat{w}$ ίσο με $-a_1 + a_2\beta$, όπου a_1, a_2 θετικές σταθερές και β ο βαθμός απασχόλησης. Δηλαδή υπάρχει μια αντίστροφη ανταλλακτική σχέση ανάμεσα στο ρυθμό μεταβολής του πραγματικού ωρομισθίου και το ποσοστό απασχόλησης που μοιάζει με την καμπύλη Phillips.

στ) Η προσφορά εργασίας (εργατικό δυναμικό) αυξάνει με σταθερό ρυθμό n.

ζ) Η οικονομία που περιγράφει το μοντέλο είναι μια quasi-one good economy.

Τα παρακάτω σύμβολα δηλώνουν:

Y, το σε πραγματικούς όρους εισόδημα (προϊόν),

K, το σε πραγματικούς όρους κεφάλαιο,

1/σ, το λόγο κεφαλαίου-προϊόντος,

L, τη ζωντανή εργασία μετρημένη σε εργατοώρες που χρησιμοποιείται στην διαδικασία παραγωγής (απασχόληση),

A, την προσφορά εργασίας μετρημένη σε εργατοώρες,

y, την παραγωγικότητα της εργασίας,

β, το βαθμό απασχόλησης του εργατικού δυναμικού,

I, τις επενδύσεις,

S, τις αποταμιεύσεις,
λ, το μερίδιο των μισθών στο καθαρό προϊόν,
ρ, το ποσοστό κέρδους,
w, το πραγματικό ωρομίσθιο,
Π, το σύνολο των κερδών.

Τα μεγέθη a_1, a_2, m, n που ορίστηκαν πιο πάνω είναι θετικά και σταθερά.

Μεταξύ των παραπάνω μεγεθών ισχύουν οι σχέσεις:

$$Y = K\sigma \tag{1}$$
$$Y = yL \tag{2}$$
$$\hat{y} = m \tag{3}$$
$$\rho K + wL = Y \tag{4}$$
$$I = S = \rho K \tag{5}$$
$$\hat{w} = -a_1 + a_2\beta \tag{6}$$
$$\beta = L/A \tag{7}$$
$$\hat{A} = n \tag{8}$$
$$\lambda = wL/Y \tag{9}$$

Το υπέρθεμα ^ συμβολίζει τον ρυθμό μεταβολής των μεγεθών ή το μέγεθος $\frac{\dot{x}}{x} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{1}{x}$ για κάθε μεταβλητή x. Από τις σχέσεις (2), (3) και (9) παίρνουμε τη σχέση:

$$\hat{\lambda} = \hat{w} + \hat{L} - \hat{Y} = \hat{w} - \hat{y} \quad ή$$
$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2\beta \tag{10}$$

Από τις σχέσεις (1), (2), (5), (7) και (8) την σχέση:

$$\hat{\beta} = \hat{L} - \hat{A} = \hat{Y} - \hat{y} - n = \hat{K} - (m+n) = I/K - (m+n) \quad ή$$
$$\hat{\beta} = \rho - (m+n)$$

Δεδομένου ότι ισχύει από τις (4), (5) και (9) η ταυτολογία $\rho = \frac{\Pi}{K} = \frac{Y - wL}{Y}\frac{Y}{K} = (1-\lambda)\sigma$ έχουμε τελικά:

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \tag{11}$$

Οι σχέσεις (10) και (11) αποτελούν το σύστημα διαφορικών εξισώσεων (Δ.Ε.):

$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2\beta \tag{10}$$
$$\hat{\beta} = \sigma - (m+n) - \sigma\lambda \tag{11}$$

Το σύστημα των Δ.Ε. (10) και (11) είναι το σύστημα με το οποίο ο Volterra περιέγραψε ένα pray-predator mechanism σε ορισμένα μαθηματικά μοντέλα της βιολογίας.

Το σύστημα έχει μια μη-τετριμμένη[3] θετική λύση ισορροπίας, δηλαδή όπου οι βασικές μεταβλητές παραμένουν σταθερές:

$$\hat{\lambda} = \hat{\beta} = 0 \quad \acute{\eta}$$
$$\beta^* = (a_1 + m)/a_2$$
$$\lambda^* = 1-(m+n)/\sigma$$

Εάν οι λύσεις της στατικής ισορροπίας ικανοποιούν τις συνθήκες:

$$1 > \beta^* > 0 \quad \text{και} \tag{12α}$$

$$1 > \lambda^* > 0 \tag{12β}$$

τότε μπορούμε να συνεχίσουμε την μελέτη του συστήματος των (10) και (11).

Οι σχέσεις (12) μετά από αντικαταστάσεις γράφονται:

$$-a_1 + a_2 > m \quad \text{και}$$

$$\sigma > m + n$$

το $-a_1 + a_2$ είναι ο ρυθμός μεταβολής (αύξησης) του πραγματικού ωρομισθίου όταν η απασχόληση του εργατικού δυναμικού είναι πλήρης $\beta=1$, δηλαδή:

$$\hat{w}(1) = -a_1 + a_2$$

Πρέπει λοιπόν $\hat{w}(1) > m = \hat{y}$ ή $\hat{\lambda}(1) = \hat{w}(1) - \hat{y} > 0$. Δηλαδή ο ρυθμός αύξησης του μεριδίου των μισθών, όταν η απασχόληση του εργατικού δυναμικού είναι πλήρης, να είναι θετικός. Η προϋπόθεση αυτή είναι μάλλον αυτονόητη στον Μαρξ, γιατί η ύπαρξη του «εφεδρικού στρατού εργασίας» είναι αναγκαία προϋπόθεση της συγκράτησης του ονομαστικού σε αξίες ωρομισθίου σε επίπεδο κατώτερο της παραγωγικότητας της εργασίας[4].

Η ανισότητα $\sigma > m+n$ από την άλλη πλευρά ισοδυναμεί με την ανισότητα $Y/K > \hat{A} + \hat{y} = (\hat{Ay})$, δηλαδή πρέπει ο λόγος κεφαλαίου-προϊόντος να είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό μεγέθυνσης του Domar μοντέλου μεγέθυνσης που προέρχεται από το μοντέλο μας.

Το Y/K είναι ο ρυθμός αύξησης του K όταν (1) όλο το εισόδημα είναι κέρδη και (2) όλα τα κέρδη αποταμιεύονται και επενδύονται. Το σ είναι λοιπόν ο ρυθμός

3. Βλέπε Verhulst (1989) σελ. 62-114 και Saaty/Bram (1964) σελ. 175-254.

4. Βλέπε Marx ο.π.

μεγέθυνσης του οιονεί von Neumann μοντέλου που προέρχεται από το μοντέλο μας όταν η προσφορά εργασίας είναι απεριόριστη. Συνεπώς το $\sigma > m + n$ συνεπάγεται ότι $K_{max} > Y_{max}$.

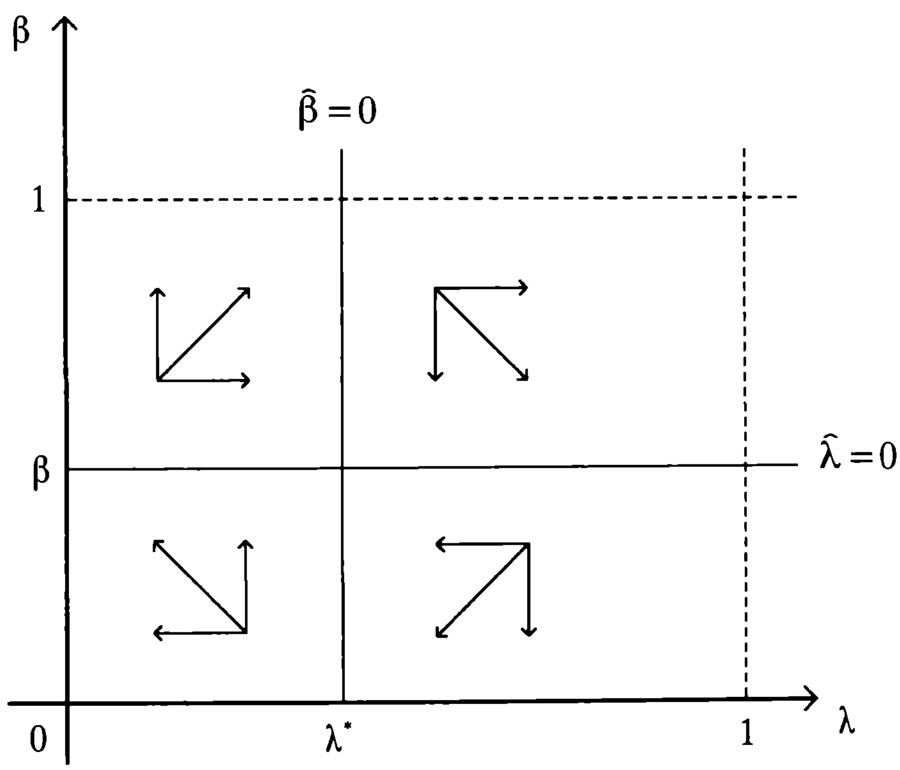
Άμεση συνέπεια της παραπάνω ανισότητας είναι ότι ο λόγος του μέγιστου δυνατού κεφαλαίου που δύναται να συσσωρεύσει το σύστημα προς το μέγιστο δυνατό προϊόν που δύναται αυτό το σύστημα να παράγει όταν χρησιμοποιεί αυτό το κεφάλαιο είναι μεγαλύτερος της μονάδας.

Αυτές ήταν και οι οικονομικές προϋποθέσεις για να έχει το στατικό σημείο (λ^*, β^*) οικονομικό περιεχόμενο.

Η κίνηση των μεταβλητών λ, β γύρω από το στατικό σημείο περιγράφεται από τα πρόσημα των παραγώγων των λ, β.

$$\text{προσ}(\dot{\lambda}) = \text{προσ}(\beta - \beta^*)$$
$$\text{προσ}(\dot{\beta}) = \text{προσ}(\lambda^* - \lambda)$$

Από τη μελέτη των προσήμων των παραγώγων των λ, β ως προς τον χρόνο t προκύπτει ότι η κίνηση γύρω από το στατικό σημείο είναι κυκλική, όπως φαίνεται και από το διάγραμμα φάσης.



Σχήμα 1

Η απόδειξη της κυκλικότητας της «κίνησης» των λ, β γύρω από το στατικό σημείο λ^*, β^* δεν είναι και απόδειξη ότι η κίνηση είναι και ταλάντωση σταθερού πλάτους. Δύναται να είναι σταθερού, φθίνοντος ή αυξανόμενου πλάτους. Η κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις έχει και τις επιπτώσεις της στον οικονομικό κύκλο που περιγράφει στην καθεμία από τις περιπτώσεις το μοντέλο μας.

Το ερώτημα είναι εάν το παραπάνω σύστημα των Δ.Ε. (10) και (11) χαρακτηρίζεται από ευσταθή, ασυμπτωτικά ευσταθή ή ασταθή ισορροπία κατά Lyapounov[5].

Η συνήθης ανάλυση ευστάθειας δεν δύναται να εφαρμοστεί στην περίπτωση αυτή, δεδομένου ότι δεν πληρούνται οι συνθήκες ευστάθειας, ασυμπτωτικής ευστάθειας ή αστάθειας του Lyapounov, γι αυτό και θα χρησιμοποιήσουμε την περιγραφική μέθοδο που χρησιμοποίησε για να αναλύσει το πρόβλημα ο Volterra[6]. Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (10) και (11) έχουμε:

$$\frac{d\beta}{d\lambda}\frac{\lambda}{\beta}=\frac{\sigma-(m+n)-\sigma\lambda}{-(a_1+m)+a_2\beta}$$

ή $$-(a_1+m)\frac{d\beta}{\beta}+a_2 d\beta=(\sigma-m-n)\frac{d\lambda}{\lambda}-\sigma d\lambda \tag{13}$$

Μετά από τις ολοκληρώσεις η (13) γράφεται:

$$\beta^{-(a_1+m)}e^{a_2\beta}=\lambda^{\sigma-m-n}e^{-\sigma\lambda}H \tag{14}$$

όπου Η μια θετική σταθερά.

Θέτοντας:

$$\vartheta_1=\sigma \qquad \eta_1=\sigma-m-n$$
$$\vartheta_2=a_2 \qquad \eta_2=a_1+m$$

Οι παραπάνω παράμετροι ϑ_1, ϑ_2, η_1 και η_2, όπως προκύπτει από την ανάλυση της σελίδας 104, έχουν όλες θετικά πρόσημα.

Αν ονομάσουμε το αριστερό σκέλος της (14) $\psi(\beta)$ και το δεξί σκέλος $H\varphi(\lambda)$, τότε γράφεται:

$$H\varphi(\lambda)=\psi(\beta)$$

ή $$H\varphi(\lambda)=H\lambda^{\eta_1}e^{-\theta_1\lambda}=\beta^{\eta_2}e^{\theta_2\beta}=\psi(\beta)$$

Διαφορίζοντας τις φ, ψ έχουμε:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda}=(-\vartheta_1+\eta_1/\lambda)\varphi(\lambda),\ \frac{d\psi}{d\beta}=(\vartheta_2-\eta_2/\beta)\psi(\beta) \tag{15}$$

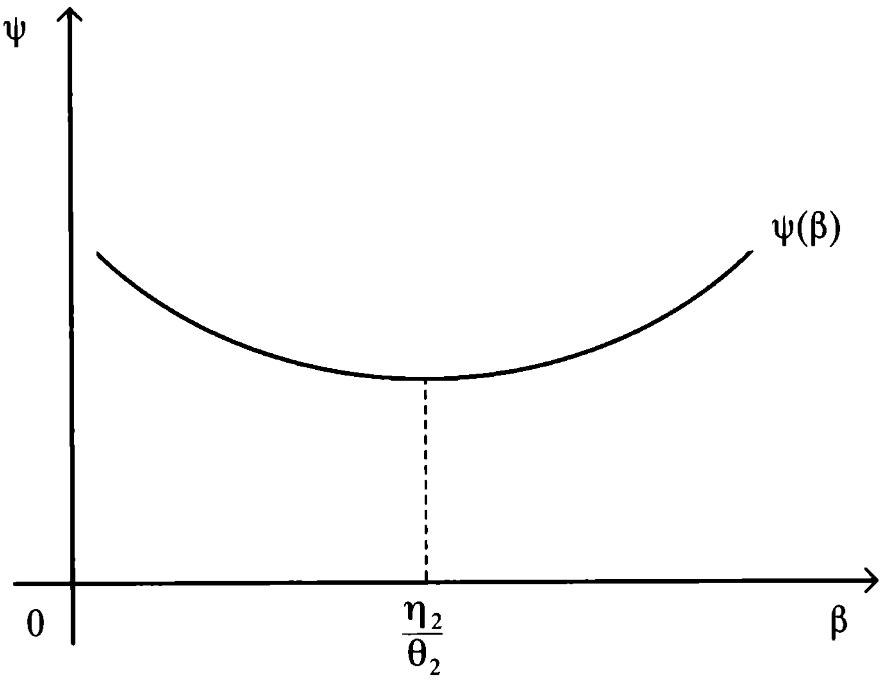
Για τα πρόσημα των παραγώγων $\frac{d\varphi}{d\lambda}$, $\frac{d\psi}{d\beta}$ ισχύει:

5. Verhulst (1989), σελ. 88-114 και Saaty/Bram (1964) σελ. 214-254.
6. Βλέπε Voltera: Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie. Paris, 1931.

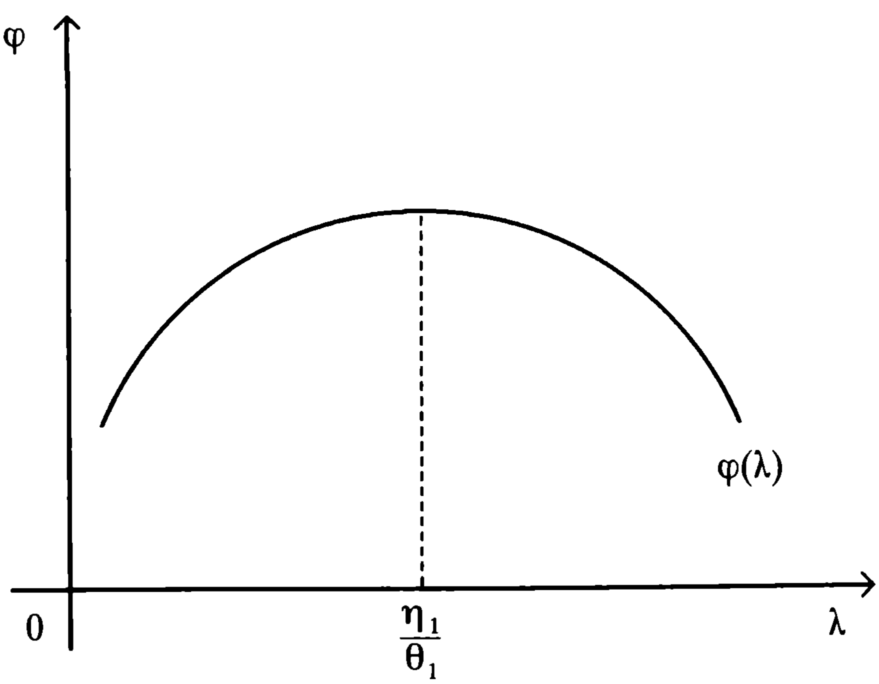
$$\frac{d\varphi}{d\lambda} \gtreqless 0 \text{ εάν } \lambda \lesseqgtr \frac{\eta_1}{\theta_1}$$

$$\frac{d\psi}{d\beta} \gtreqless 0 \text{ εάν } \beta \gtreqless \frac{\eta_2}{\theta_2}$$

Δηλαδή οι συναρτήσεις φ και ψ έχουν την μορφή που δείχνουν τα σχήματα 2α, 2β.

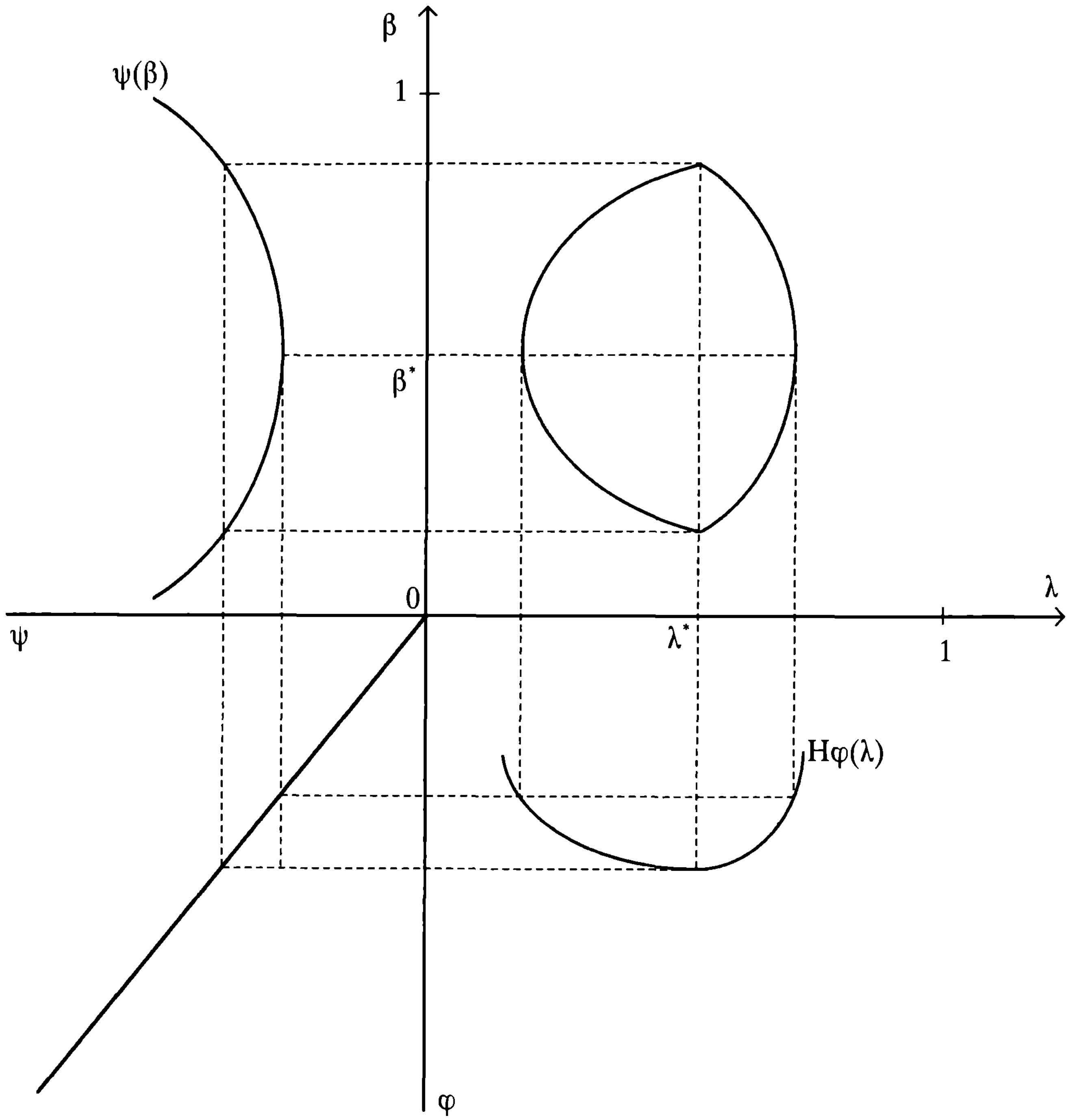


Σχήμα 2α



Σχήμα 2β

Το πρόβλημά μας είναι να εξισώσουμε το $\varphi(\lambda)$ με το $\psi(\beta)$ πολλαπλασιασμένο με μια σταθερά Η, το μέγεθος της οποίας ορίζουν οι αρχικές συνθήκες του προβλήματος. Αυτό γίνεται στο επόμενο διάγραμμα 2γ. Το διάγραμμα κατασκευάστηκε για τα σημεία για τα οποία ισχύει $H_0\varphi(\lambda)=\psi(\beta)$ για αυθαίρετο H_0.



Σχήμα 2γ
Η γραφική λύση του συτήματος των Δ.Ε. (10) και (11).
(Από το Volterra: *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pur la vie,* Paris 1931)

Μεταβαλλομένου του Η στο τεταρτημόριο ψΟχ μεταβάλλεται και το μέγεθος του κύκλου και συνεπώς του πλάτους των διακυμάνσεων των λ, β. Το μοντέλο λοιπόν περιγράφει ένα *μη-γραμμικό ταλαντωτή σταθερού πλάτους*[7].

Το μέγεθος λ μεταβάλλεται ανάμεσα στο $\lambda_{max}=\xi_1$ και το $\lambda_{min}=\xi_2$, ομοίως το β μεταβάλλεται ανάμεσα στα $\beta_{max}=z_1$ και $\beta_{min}=z_2$.

Ο οικονομικός κύκλος που περιγράφει το μοντέλο μπορεί να χωριστεί σε τέσσερις φάσεις:

Φάση 1. Το μερίδιο των μισθών στο εισόδημα μειώνεται και αυξάνεται το μερίδιο των κερδών στο πραγματικό εισόδημα όπως και το ποσοστό κέρδους. Αποτέλεσμα της αύξησης αυτής είναι η αύξηση της απασχόλησης και του πραγματικού ωρομισθίου που αυτή συνεπάγεται. Η αύξηση του πραγματικού ωρομισθίου στην φάση αυτή υπολείπεται της αύξησης της παραγωγικότητας της εργασίας γι αυτό το μερίδιο των μισθών μειώνεται αλλά με επιβραδυνόμενο ρυθμό. Δημιουργούνται ταυτόχρονα οι προϋποθέσεις για την αύξηση του μεριδίου των μισθών γιατί ο ρυθμός αύξησης των κερδών είναι φθίνων. Στο τέλος της φάσης αυτής το μερίδιο των μισθών έχει την ελάχιστη τιμή του και ο βαθμός απασχόλησης την μέση τιμή του.

Φάση 2. Η αύξηση της απασχόλησης και η προκαλούμενη από αυτήν αύξηση του πραγματικού ωρομισθίου ξεπερνά σ' αυτή τη φάση την αύξηση της παραγωγικότητας της εργασίας και το μερίδιο των μισθών αρχίζει να αυξάνεται γιατί ο ρυθμός αύξησης του πραγματικού ωρομισθίου ξεπερνά σ' αυτή την φάση το ρυθμό αύξησης της παραγωγικότητας της εργασίας. Το μερίδιο των μισθών μειώνεται μετά από το σημείο που η παραγωγικότητα της εργασίας αυξάνει ταχύτερα από το πραγματικό ωρομίσθιο, όμως η απασχόληση συνεχίζει να αυξάνεται, όμως με φθίνοντα ρυθμό. Στο τέλος της φάσης αυτής ο βαθμός απασχόλησης έχει την μέγιστη τιμή του και το μερίδιο των μισθών την μέση τιμή του.

Φάση 3. Το μερίδιο των κερδών και το ποσοστό κέρδους συνεχίζουν την πτώση τους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ότι η απασχόληση αρχίζει με επιταχυνόμενο ρυθμό να μειώνεται και το σύστημα οδηγείται σε στασιμότητα λόγω της μείωσης του πραγματικού προϊόντος. Στο τέλος της φάσης αυτής ο βαθμός απασχόλησης έχει τη μέση τιμή του και το μερίδιο των μισθών την μέγιστη.

Φάση 4. Η αύξηση του μεριδίου των μισθών σταματά σε αυτή την φάση και αρχίζει πάλι η αύξηση του ποσοστού κέρδους. Η απασχόληση συνεχίζει την πτώση της κάτω από τον μέσο όρο της και προκαλεί μια μεγαλύτερη πτώση του μεριδίου των κερδών. Η αύξηση του ποσοστού κέρδους και ο επιβραδυνόμενος

7. Βλέπε Goodwin (1982), σελ. 169-170.

ρυθμός με τον οποίο πέφτει η απασχόληση δημιουργούν τις προϋποθέσεις για την έξοδο του συστήματος από την στασιμότητα. Το μερίδιο των μισθών στο τέλος της φάσης έχει την μέση του τιμή ενώ ο βαθμός απασχόλησης την ελάχιστη[8].

Η αύξηση αυτού του ποσοστού κέρδους και η αύξηση τάση της απασχόλησης μετά το ελάχιστο σημείο της αποτελεί και το προοίμιο για τον επόμενο κύκλο.

Η περιγραφή αυτή μοιάζει αρκετά στην περιγραφή του πραγματικού οικονομικού κύκλου που δίνει ο Μαρξ στο Ι μέρος του 23 κεφαλαίου του Ι τόμου του *"Κεφαλαίου"*. Το μοντέλο του Goodwin αποδεικνύει την λογική και μαθηματική συνοχή της περιγραφής της μαρξικής θέσης για την κρίση και συγκεκριμένα τη θέση ότι, η κρίση είναι κατά κύριο λόγο κρίση υπερσυσσώρευσης. Ένα μόνο σημείο στην περιγραφή του Μαρξ δεν συμφωνεί με τα αποτελέσματα του μοντέλου του Goodwin[9]. Κατά τον Μαρξ η ανεξάρτητη μεταβλητή στην περιγραφή του είναι το ποσοστό κέρδους που προσδιορίζει την εξαρτημένη, το βαθμό απασχόλησης του εργατικού δυναμικού:

> «Um mathematischen Ausdruck anzuwenden: die Grosse der Akkumulation ist die unabhängige Variable, die Lohngrosse die abhängige, nicht umgekehrt»[10].
>
> «Για να χρησιμοποιήσουμε μαθηματική διατύπωση: Το μέγεθος της συσσώρευσης είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή και το ύψος του ονομαστικού ωρομισθίου η εξαρτημένη, και όχι αντιστρόφως» (Μετάφραση -Γ.Σ.).

Η οικονομική κρίση λοιπόν είναι η κρίση της δυνατότητας του κεφαλαίου να αξιοποιηθεί. Αυτό είναι και το κύριο επιχείρημα των θεωρητικών της υπερσυσσώρευσης.

Στο μοντέλο του Goodwin η μέση τιμή των μεταβλητών λ, β, ρ είναι μακροχρόνια λ^*, β^*, $(1 - \lambda^*)\sigma$. Το ίδιο ισχύει και για το μερίδιο των κερδών στο πραγματικό προϊόν $1 - \lambda^*$ και το πραγματικό ωρομίσθιο $w^* = \lambda^* y$. Τα μεγέθη L, wL, Y, Y - wL αυξάνονται διαχρονικά λόγω της αύξησης της παραγωγικότητας της εργασίας και της αύξησης του πληθυσμού.

Αν επιχειρήσουμε μια σύγκριση του μοντέλου Goodwin με το μοντέλο του Domar παρατηρούμε ότι στο μοντέλο Domar υπάρχει ένα μόνο μονοπάτι αύξησης του πραγματικού προϊόντος, ο «ισόρροπος» ρυθμός αύξησης του σ/β. Αντιθέτως

8. Η ανάλυση του τμήματος αυτού ισχύει για όλα σχεδόν τα μοντέλα κυκλικών διακυμάνσεων που θα περιγράψουμε στη συνέχεια ανεξάρτητα από το εάν συγκλίνουν ή όχι στη θέση ισορροπίας.
9. Βλέπε και τις μεταγενέστερες εργασίες του Goodwin, R.M.: *Essays in Nonlinear Economic Dynamics*, 1989, Frankfurt a.M.
10. Βλέπε Marx ο.π. σελ. 648.

στο μοντέλο μας ο ρυθμός αυτός δεν είναι σταθερός αλλά μεταβλητός, ανάλογα με τις φάσεις της συσσώρευσης και ίσος με το ποσοστό κέρδους ρ.

Το μοντέλο του Domar αν απομακρυνθεί από την κατάσταση δυναμικής ισορροπίας που εξασφαλίζουν οι συνθήκες ισορροπίας ανάπτυξης είναι αναμφίβολο αν θα επιστρέψει σ αυτήν, δεδομένου ότι χαρακτηρίζεται από δομική αστάθεια, που πολύ χαρακτηριστικά περιγράφεται στην σχετική βιβλιογραφία ως «knifes edge path»[11].

Μια άλλη ενδιαφέρουσα παραλλαγή της θεωρίας της μεγέθυνσης είναι το μοντέλο Kaldor στην ορθόδοξη ή την à la Pasinetti παραλλαγή του. Ο λόγος είναι ότι εξετάζει την επίδραση των μεταβολών στην κατανομή του εισοδήματος στην ευστάθεια του μοντέλου. Η εισαγωγή όμως της κατανομής είναι μόνο επιφανειακή στο παραπάνω μοντέλο. Ο λόγος είναι ότι στο άριστο μονοπάτι μεγέθυνσης η κατανομή είναι παγιωμένη και σταθερή. Στο μοντέλο Kaldor ο εξωγενής προσδιορισμός των επενδύσεων, και ο μέσω του πολλαπλασιαστή δαπανών προσδιορισμός του πραγματικού εισοδήματος και εν συνεχεία ο προσδιορισμός των αποταμιεύσεων ως το εξ υπολοίπου τμήμα της κατανάλωσης των διαφορετικών ως προς την μέση ροπή για κατανάλωση εισοδηματικών μερίδων που εξισώνεται αναγκαστικά σε πραγματικά μεγέθη με τις επενδύσεις παγιώνει την κατανομή του εισοδήματος. Η κατανομή του εισοδήματος μεταβάλλεται ουσιαστικά μόνον όταν υπάρχει ανισορροπία ανάμεσα στις αποταμιεύσεις και τις επενδύσεις. Τότε η κατανομή δρα ως σταθεροποιητικός παράγοντας που τροποποιεί το μέγεθος των αποταμιεύσεων κατά τέτοιο τρόπο ώστε να προσαρμοστούν ex-post στις επενδύσεις[12].

Το μοντέλο Goodwin που πραγματευτήκαμε προηγουμένως είναι ένα ιδιαίτερα απλουστευτικό της πραγματικότητας μοντέλο. Η αναίρεση ορισμένων από τις υποθέσεις του μοντέλου και η προσθήκη άλλων που προσεγγίζουν περισσότερο τα πραγματικά και εμπειρικά δεδομένα αποτελεί ένα βήμα προς την κατεύθυνση της κατασκευής περισσότερο ρεαλιστικών μοντέλων Goodwin.

---

11. Τα μοντέλα ισόρροπης οικονομικής μεγέθυνσης που εντάσσονται στην μετακευνσιανή παράδοση χαρακτηρίζονται από σωρρευτική δομική αστάθεια που τα οδηγεί, σε περίπτωση απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας, σε κατάρρευση δεδομένου ότι τα βασικά οικονομικά μεγέθη είτε μηδενίζονται είτε αυξάνονται απεριόριστα είτε γίνονται αρνητικά μετά από ένα ορισμένο σημείο. Παραδόξως οι ίδιες ιδιότητες χαρακτηρίζουν και το μοντέλο von Neumann, το οποίο προφανώς δεν εντάσσεται στην μετακευνσιανή συζήτηση για την μεγέθυνση, αλλά χαρακτηρίζεται και αυτό από δομική αστάθεια σε περίπτωση απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας. Βλέπε Nikaido, H. (1968), *«Convex Structures and Economic Theory»,* N.Y. σελ. 148.
12. Βλέπε Kaldor, N. (1960): *«Essays on Economic Theory»* pp. 259-300, Essay 13 και Pasinetti , L.(1974): *«Growth and Income Distribution»,* pp. 103-118 και pp. 121-145, Essays V και VI.

Οι υποθέσεις που θα αναιρεθούν στα επόμενα τμήματα του δοκιμίου αυτού είναι:

α. Η υπόθεση ότι ο λόγος κεφαλαίου προϊόντος παραμένει σταθερός στις φάσεις του οικονομικού κύκλου ή, πράγμα ισοδύναμο, ότι δεν εμφανίζονται ανισορροπίες ανάμεσα στο δυνητικό μέγιστο προϊόν και το πραγματικό προϊόν.

β. Η υπόθεση ότι στο μοντέλο δεν υπάρχουν νομισματικά μεγέθη ή εάν υπάρχουν δεν επιδρούν στα πραγματικά μεγέθη.

γ. Η υπόθεση ότι η σχέση των $\hat{w}$ και β είναι γραμμική, και ανεξάρτητη του ρυθμού μεταβολής του β, $\hat{\beta}$.

III. *Η συνεισφορά του Glombowski στην σύζευξη του μοντέλου με την Καλντοριανή θεωρία μεγέθυνσης*

Το μοντέλο που θα εξετάσουμε στο τμήμα αυτό αποτελεί μια απλή γενίκευση του μοντέλου Goodwin η οποία το εντάσσει συγχρόνως στην μετακαλντοριανή θεωρία μεγέθυνσης γιατί στην περισσότερο ρεαλιστική παραλλαγή του το μοντέλο Glombowski παγιώνει την κατανομή του εισοδήματος μακροχρόνια δεδομένου ότι στο μοντέλο που θα εξετάσουμε δεν παράγονται κυμάνσεις των βασικών μεταβλητών σταθερού, αλλά φθίνοντος πλάτους που συγκλίνουν, εν τέλει, στη θέση ισορροπίας (λ^*, β^*)[13].

Το μοντέλο Glombowski επιτρέπει την ύπαρξη ανισορροπιών ανάμεσα στο δυνητικά μέγιστο πραγματικό προϊόν P και το πραγματικό προϊόν Y. Για την περιγραφή του μοντέλου Glombowski είναι αναγκαίο να εισαχθεί ο παρακάτω συμβολισμός:

P, το μέγιστο δυνατό προϊόν που προσδιορίζεται από το μέγεθος του πραγματικού κεφαλαίου K,

ϑ, ο βαθμός αξιοποίησης της παραγωγικής δυναμικότητας,

α, ο λόγος αποταμίευσης-εισοδήματος,

s_w, η μέση ροπή για αποταμίευση των εργαζομένων,

s_p, η μέση ροπή για αποταμίευση των καπιταλιστών, και

r, ο ρυθμός αύξησης του κεφαλαίου.

Τα c_1, c_2, τα οποία θα παρατεθούν στη συνέχεια, είναι σταθερές παράμετροι.

$$P=\sigma K \tag{16}$$

$$S=s_w wL+s_p\Pi \tag{17}$$

13. Βλέπε Glombowski (1979), σελ. 146.

$$\dot{K} = I \tag{18}$$
$$\theta = Y/P \tag{19}$$
$$Y = yL \tag{20}$$
$$\hat{y} = m \tag{21}$$
$$\Pi = Y - wL \tag{22}$$
$$\lambda = wL/Y = w/y \tag{23}$$
$$\beta = L/A \tag{24}$$
$$\hat{w} = -a_1 + a_2\beta \tag{25}$$
$$\hat{A} = n \tag{26}$$
$$\rho = \Pi/K \tag{27}$$
$$\alpha = S/Y(=I/Y) \tag{28}$$
$$r = \hat{K}\left(= \frac{I}{K} = \frac{S}{K}\right) \tag{29}$$
$$r = c_1 + c_2\rho \quad (\acute{\eta}\ \dot{K} = I = c_1 K + c_2 \Pi) \tag{30}$$

Οι σχέσεις (16)-(28) δεν χρειάζονται ιδιαίτερες επεξηγήσεις είτε γιατί είναι σχέσεις του βασικού μοντέλου είτε γιατί αποτελούν ταυτολογίες. Οι σχέσεις (29) και (30) χρειάζονται ορισμένες επεξηγήσεις.

Το r είναι ο ρυθμός αύξησης του κεφαλαίου, δηλαδή ο λόγος των επενδύσεων προς το πραγματικό κεφάλαιο και επειδή στο μοντέλο μας δεν υπάρχουν ανισορροπίες του S από το I, ισχύει $r = S/K$. Η (30) από την άλλη πλευρά απεικονίζει τα σχέδια των επενδύσεων των καπιταλιστών δεδομένων του μεγέθους του κεφαλαίου και των πραγματικών κερδών. Οι επενδύσεις σχετίζονται θετικά με το ποσοστό κέρδους (την μάζα των πραγματικών κερδών) και θετικά ή αρνητικά με το ήδη συσσωρευμένο κεφάλαιο.

Οι εξισώσεις (16)-(30) μπορούν να αναχθούν εύκολα στις παρακάτω σχέσεις των βασικών μεταβλητών:

$$\alpha = s_w\lambda + s_p(1-\lambda) \tag{31}$$
$$\vartheta = \frac{r}{\alpha\sigma} \tag{32}$$
$$\rho = (1-\lambda)\vartheta\sigma \tag{33}$$
$$r = c_1 + c_2\rho \tag{34}$$
$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2\beta \tag{35}$$
$$\hat{\beta} = \hat{\vartheta} + r - (m+n) \tag{36}$$

Μπορούμε σ αυτό το σημείο να διαχωρίσουμε το σύστημα των εξισώσεων (31)-(36) σε δύο υποσυστήματα[14]. Το σύστημα «πυρήνας» που περιλαμβάνει τις κεντρικές μεταβλητές λ, β και το σύστημα «δορυφόρος» που περιλαμβάνει τις μεταβλητές α, ϑ, ρ, r. Οι μεταβλητές του συστήματος «δορυφόρος» μπορούν να θεωρηθούν ως συναρτήσεις μόνον μιας από τις κεντρικές μεταβλητές λ, β. Στην συνέχεια θα τις εκφράσουμε συναρτήσει του λ.

Το σύστημα «δορυφόρος»

$$\alpha(\lambda) = s_p - \lambda(s_p - s_w) \tag{37}$$

$$\vartheta(\lambda) = \frac{c_1/\sigma}{(s_p - c_2) + \lambda[c_2 - (s_p - s_w)]} \tag{38}$$

$$\rho(\lambda) = \frac{c_1(1-\lambda)}{(s_p - c_2) + \lambda[c_2 - (s_p - s_w)]} \tag{39}$$

$$r(\lambda) = \frac{c_1 s_p - \lambda c_1 (s_p - s_w)}{(s_p - c_2) + \lambda[c_2 - (s_p - s_w)]} \tag{40}$$

Η μελέτη των προσήμων των παραγώγων των μεταβλητών α, ϑ, ρ, r θα δείξει την σχέση των βασικών μεταβλητών συσσώρευσης του μοντέλου και θα ορίσει τον χαρακτήρα της κρίσης.

Η μελέτη αυτή είναι δυνατή μετά από κατάλληλη εκλογή των παραμέτρων c_1, c_2, s_p, s_w. Στη συνέχεια θα υποθέσουμε για τις παραμέτρους αυτές μόνον ότι $1>s_p>s_w>0$, μια μάλλον αυτονόητη υπόθεση με την εξαίρεση της υπόθεσης $s_w > 0$ δεδομένου ότι το s_w δύναται να έχει την τιμή 0. Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις για τις σχέσεις των παραμέτρων c_1, c_2, s_p, s_w.

Περίπτωση α)	$c_1 > 0$,	$s_p - s_w > c_2$
Περίπτωση β)	$c_1 > 0$,	$s_p - s_w < c_2$
Περίπτωση γ)	$c_1 < 0$,	$s_p < c_2$

Οι εξαιρετικά ειδικές περιπτώσεις $c_1=0$, $s_p - s_w=c_2$ και $s_p=c_2$ αποκλείονται γιατί παγιώνουν ευθύς εξαρχής την κατανομή του εισοδήματος και την εμποδίζουν να λειτουργήσει ως «γεννήτρια» κυκλικών διακυμάνσεων του μοντέλου.

14. Βλέπε Glombowski, ό.π. σελ. 140-145.

Θα εξετάσουμε τις τρεις περιπτώσεις των περιορισμών και τις επιπτώσεις τους στην διαδικασία συσσώρευσης του μοντέλου.

Περίπτωση α). Ο περιορισμός $s_p - s_w > c_2$ είναι ισοδύναμος με τον περιορισμό $(1 - s_p) + c_2 < 1 - s_w$, και επειδή η c_2 είναι η αυτόνομη ροπή των καπιταλιστών για επενδύσεις και $1 - s_p$ η ροπή τους για κατανάλωση, η περίπτωση α) ισοδυναμεί με την παραδοχή ότι η ροπή για δαπάνη των καπιταλιστών δεν είναι μεγαλύτερη από αυτή των εργατών. Πρέπει σε αυτό το σημείο να τονιστεί ότι η ροπή για κατανάλωση των καπιταλιστών επηρεάζει στο μοντέλο αυτό τα οικονομικά μεγέθη μόνον σε συνδυασμό με την αυτόνομη ροπή για επένδυση. Το άλλο σκέλος των παραδοχών της περίπτωσης α), δηλαδή $c_1 > 0$ δείχνει ότι η αύξηση της μάζας του κεφαλαίου επιδρά θετικά στην διαδικασία συσσώρευσης. Αυτά έχουν συνέπεια ότι το ποσοστό συσσώρευσης αυξάνει υποαναλογικά σε σχέση με την αύξηση του ποσοστού κέρδους.

Περίπτωση β). Παρά το γεγονός ότι η ροπή για δαπάνη των καπιταλιστών σ' αυτήν την περίπτωση είναι μεγαλύτερη από των εργατών, δηλαδή $(1 - s_p) + c_2 > 1 - s_w$, το ποσοστό συσσώρευσης αυξάνει υποαναλογικά σε σχέση με την αύξηση του ποσοστού κέρδους, όπως στην περίπτωση α), δηλαδή $c_1 > 0$.

Περίπτωση γ). Ο περιορισμός γράφεται $1 - s_p + c_2 > 1$, δηλαδή η ροπή για δαπάνη των καπιταλιστών είναι μεγαλύτερη της μονάδας. Το ποσοστό συσσώρευσης αυξάνει υπεραναλογικά με την αύξηση του ποσοστού κέρδους και ως εκ τούτου το c_1 δεν μπορεί να παραμείνει πλέον θετικό, διότι στην αντίθετη περίπτωση τα μεγέθη $\vartheta(\lambda)$, $\varrho(\lambda)$ και $r(\lambda)$ μπορούν να πάρουν αρνητικές τιμές.

Τα πρόσημα των παραγώγων των μεταβλητών του συστήματος δορυφόρος προς λ μετά τους περιορισμούς διαμορφώνονται ως εξής:

	$\frac{da}{d\lambda}$	$\frac{d\vartheta}{d\lambda}$	$\frac{d\varrho}{d\lambda}$	$\frac{dr}{d\lambda}$
Περίπτωση α)	-	+	-	-
Περίπτωση β)	-	-	-	-
Περίπτωση γ)	-	+	+	+

Η αύξηση του μεριδίου των μισθών οδηγεί και στις τρεις περιπτώσεις σε πτώση της μέσης ροπής για αποταμίευση και στην αύξηση του κεϋνσιανού πολλαπλασιαστή δαπανών.

Το αποτέλεσμα που θα αναμενόταν -τουλάχιστον από την κεϋνσιανή θεωρία- θα ήταν μία αύξηση του βαθμού αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής ϑ. Αυτό όμως συμβαίνει μόνο στις περιπτώσεις α) και γ), στην περίπτωση β) αντιθέτως, το ϑ μειώνεται γιατί η πτώση των κερδών και της αποταμίευσης μειώνει το ρυθμό συσσώρευσης στην (32) και το ϑ μειώνεται. Τα πρόσημα των παραγώγων των ρ και r περιπτώσεις α) και β) είναι αρνητικά όπως και θα αναμενόταν σε μια θεωρία υπερσυσσώρευσης. Αντιθέτως στην περίπτωση γ) τα πρόσημα των παραγώγων των ϑ, ρ και r είναι θετικά. Η αύξηση του μεριδίου των μισθών στην περίπτωση γ) οδηγεί στην αύξηση του ποσοστού κέρδους και του ρυθμού συσσώρευσης. Εύκολα αναγνωρίζει κανείς στην παραλλαγή αυτή του βασικού μοντέλου την θεωρία της υποκατανάλωσης / υπερπαραγωγής για την κρίση. Στην περίπτωση γ), λοιπόν, η αύξηση του μεριδίου των μισθών οδηγεί σε μια τέτοια μείωση την αποταμίευση, και σε μια τέτοια αύξηση μέσω του πολλαπλασιαστή δαπανών το εισόδημα, ώστε αυξάνει ο βαθμός αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής ϑ, η αύξηση του οποίου σε συνδυασμό με την αύξηση του εισοδήματος εξουδετερώνει και ξεπερνά την πτωτική τάση του ποσοστού συσσώρευσης r και του ποσοστού κέρδους ρ που οφείλεται στην αύξηση της μερίδας των μισθών. Η κευνσιανή θεωρία του πολλαπλασιαστή μεταβιβαστικών δαπανών αποκτά, λοιπόν, θεωρητική θεμελίωση στην περίπτωση γ) και εν μέρει, όσον αφορά την αύξηση του βαθμού αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής ϑ, στην περίπτωση β). Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τις περιπλοκές που δημιουργούν, κυρίως στην ευστάθεια του συστήματος οι περιπτώσεις β) και γ).

Το σύστημα «πυρήνας»

$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2\beta \tag{41}$$

$$\hat{\beta} = \frac{c_1[s_p - \lambda(s_p - s_w)] + \lambda[-a_1 - m + a_2\beta][(s_p - s_w) - c_2]}{(s_p - c_2) + \lambda[c_2 - (s_p - s_w)]} \tag{42}$$

Η εξίσωση (42) περιέχει στο δεξί της μέλος τα β, λ σε μάλλον πεπλεγμένη μορφή και δεν είναι δυνατόν να γίνει ο διαχωρισμός τους όπως στο σύστημα Δ.Ε. του αρχικού μοντέλου του Goodwin.

Οι τιμές των β, λ σε κατάσταση ισορροπίας είναι:

$$\beta^* = (m + a_1)/a_2 \tag{43}$$

$$\lambda^* = \frac{(m+n)c_2 - [(m+n) - c_1]s_p}{(m+n)c_2 - (m+n-c_1)(s_p - s_w)} \tag{44}$$

Οι δε τιμές των α, ϑ, ρ και r σε κατάσταση ισορροπίας είναι:

$$\alpha^* = s_p - \frac{[(m+n)c_2 - (m+n-c_1)s_p](s_p - s_w)}{(m+n)c_2 - (m+n-c_1)(s_p - s_w)} \tag{45}$$

$$\vartheta^* = \frac{(m+n)c_2-[(m+n-c_1](s_p-s_w)}{\sigma s_p c_2} \tag{46}$$

$$\rho^* = \frac{m+n-c_2}{c_2} \tag{47}$$

$$r^* = m+n \tag{48}$$

Αυτονόητο είναι ότι οι μεταβλητές β, λ, ϑ, και α σε κατάσταση ισορροπίας πρέπει να είναι μικρότερες του 1 και μεγαλύτερες του 0, το δε r μικρότερο του σ και μεγαλύτερο του 0.

Οι περιορισμοί αυτοί ικανοποιούνται αν:

$$m + n - c_1 > 0 \tag{49}$$

$$(m + n)\, c_2 - (m + n - c_1)\, s_p > 0 \tag{50}$$

Η (49) προϋποθέτει ότι ο ρυθμός αύξησης του κεφαλαίου όταν το ποσοστό κέρδους μηδενίζεται είναι μικρότερος από τον «φυσικό» ρυθμό αύξησης του εισοδήματος, τον ρυθμό αύξησης του εισοδήματος όταν υπάρχει πλήρης απασχόληση, m+n.

Η (50) γράφεται $c_1 + c_2\,(m + n) > s_p$ και προϋποθέτει ότι όταν υπό συνθήκες πλήρους απασχόλησης και μηδενικού πραγματικού ωρομισθίου, όταν δηλαδή το κεφάλαιο αυξάνει με ρυθμό $c_1 + c_2\,(m + n)$, τότε η ζήτηση για επενδύσεις $c_1 + c_2\,(m + n)$ ξεπερνά την προσφορά αποταμιεύσεων s_p δεδομένου ότι στην περίπτωση αυτή οι εργάτες μην έχοντας εισόδημα δεν αποταμιεύουν.

Το σύστημα «πυρήνας» των Δ.Ε. (41) και (42) μπορεί να αναλυθεί με βάση τις ως τώρα παρατηρήσεις μας για το μέγεθος των παραμέτρων. Η λύση για β=0 είναι η καμπύλη (υπερβολή):

$$\beta^*(\lambda) = \frac{c_1(s_p-s_w)-(n+a_1)[(s_p-s_w)-c_2]}{a_2[(s_p-s_w)-c_2]} - \frac{(m+n)c_2-[(m+n-c_1]s_p}{\lambda a_2[(s_p-s_w)-c_2]} \tag{51}$$

Η κλίση της συνάρτησης (51) είναι:

$$\frac{d\beta^*}{d\lambda} = \frac{(m+n)c_2-[(m+n-c_1]s_p}{\lambda^2 a_2[(s_p-s_w)-c_2]} \tag{53}$$

και έχει τα εξής πρόσημα:

Περίπτωση α) $d\beta^* / d\lambda > 0$ (54α)

Περίπτωση β) $d\beta^* / d\lambda < 0$ (54β)

Περίπτωση γ) $d\beta^* / d\lambda < 0$ (54γ)

Για τα σημεία εκτός της καμπύλης $\hat{\beta}=0$ ισχύει:

$$\frac{d(\hat{\beta})}{d\beta}=\frac{\lambda a_2[(s_p-s_w)-c_2]}{(s_p-c_2)+\lambda[c_2-(s_p-c_2)]} \tag{55}$$

Από τα πρόσημα των παραμέτρων στις παραπάνω περιπτώσεις α) -γ) έχουμε:

Περίπτωση α) $d(\hat{\beta})/d\beta>0$ (55α)

Περίπτωση β) $d(\hat{\beta})/d\beta<0$ (55β)

Περίπτωση γ) $d(\hat{\beta})/d\beta>0$ (55γ)

Στις περιπτώσεις α) και γ) για τιμές του β πάνω (κάτω) από την καμπύλη αυξάνει (μειώνεται) ο βαθμός απασχόλησης, δηλαδή το $\hat{\beta}$ είναι θετικό (αρνητικό).

Η στατική λύση β^* για το β όταν $\lambda=0$ είναι:

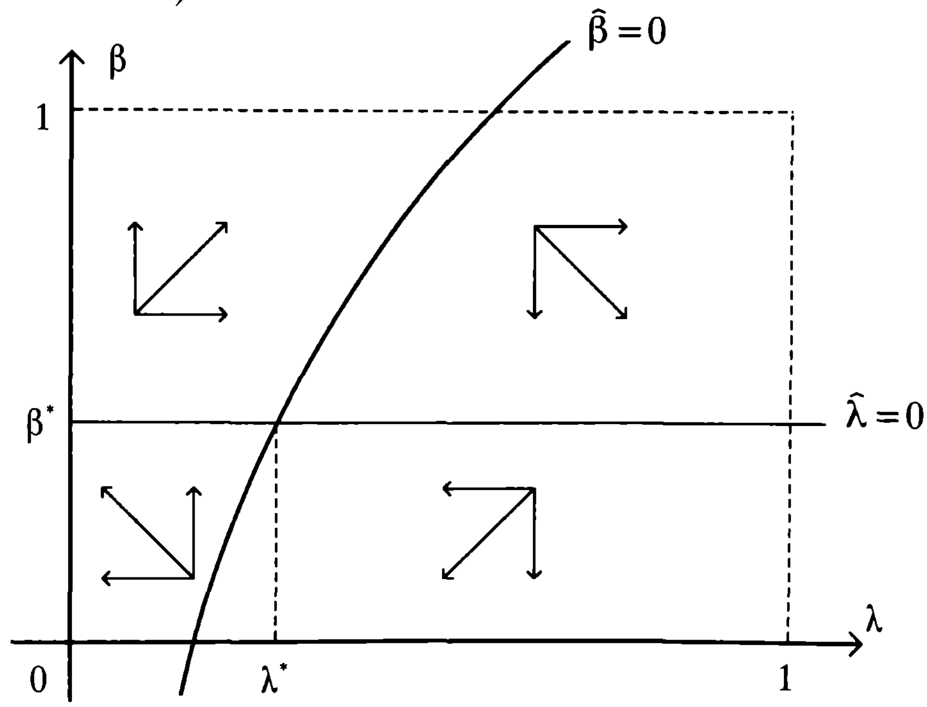
$$\beta^* = (a_1 + m) / a_2 \tag{52}$$

Το πρόσημο του $\hat{\lambda}$ εκτός της ευθείας $\beta^* = (a_1 + m) / a_2$ είναι:

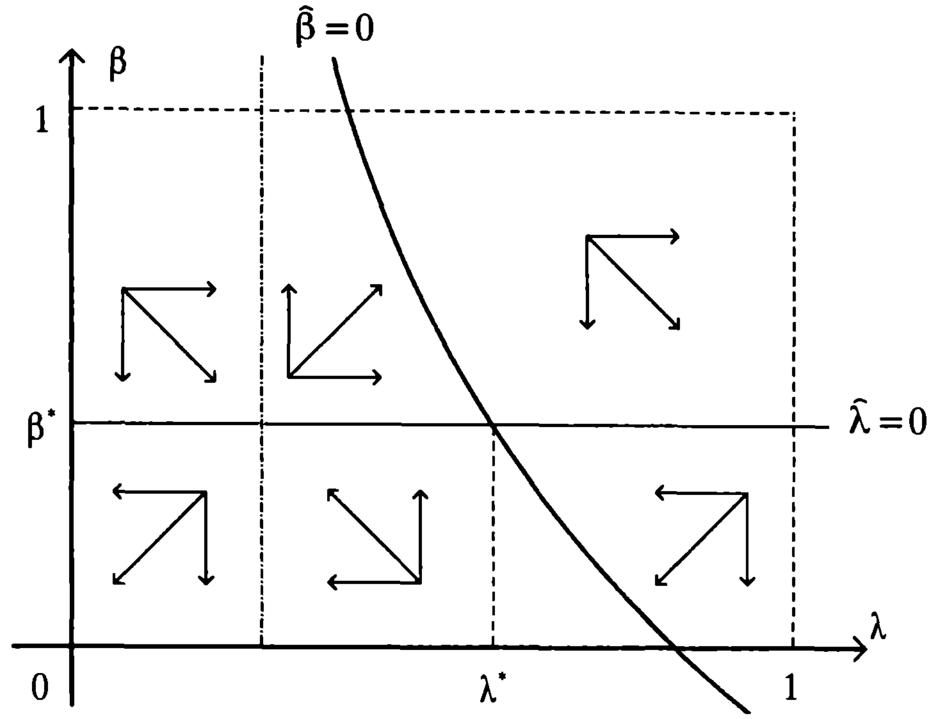
$$\text{προσ}(\hat{\lambda}) = -\text{προσ}(\beta - \beta^*)$$

Το λ λοιπόν αυξάνει (μειώνεται) για τιμές του λ κάτω (πάνω) από την ευθεία $\hat{\lambda} = 0$.

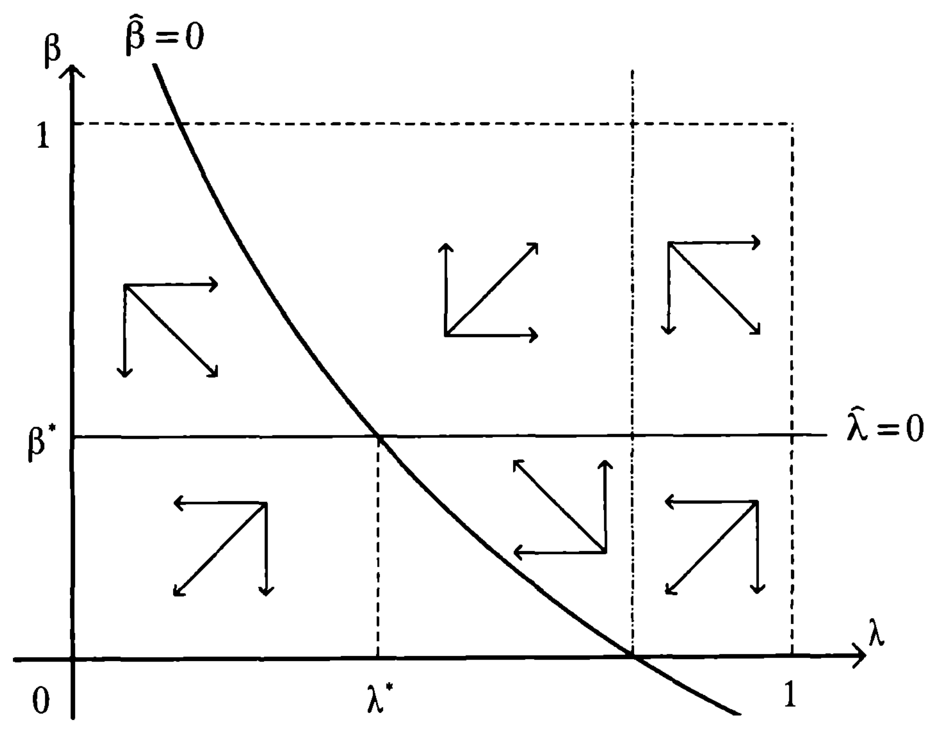
Η κίνηση στις περιπτώσεις α) και β) είναι κυκλική γύρω από το σημείο στατικής ισορροπίας β^*, λ^* ενώ στην γ) παρουσιάζει ορισμένες περιπλοκές. Και οι τρεις περιπτώσεις απεικονίζονται στα αντίστοιχα σχήματα (διαγράμματα φάσης του μοντέλου Glombowski).



Σχήμα 3α



Σχήμα 3β



Σχήμα 3γ

Στην περίπτωση γ) το σύστημα χαρακτηρίζεται από δομική αστάθεια ανάλογα με την απομάκρυνση των κεντρικών μεταβλητών από τη θέση ισορροπίας. Για μετατοπίσεις από την θέση ισορροπίας το σύστημα οδηγείται σε κατάρρευση (III), δεδομένου ότι τα μεγέθη λ και β αυξάνουν απεριόριστα, στη θέση ασταθούς ισορροπίας β=0, λ=0 (I) ή τέλος σε ψευδοκυκλικές διακυμάνσεις γύρω από το σημείο (λ*, β*), το οποίο δεν είναι σημείο ισορροπίας που είτε οδηγούν σε κατάρρευση είτε μέσω μιας μοναδικής τροχιάς στο σημείο ισορροπίας β*, λ*. Στη συνέχεια θα παραιτηθούμε από τη μελέτη της ευστάθειας στην περίπτωση γ) και θα ασχοληθούμε τη μελέτη της στις περιπτώσεις α) και β) όχι όμως ολικά (global), αλλά τοπικά (local). Η τοπική ευστάθεια για την περίπτωση α) είναι και ευστάθεια στο διάστημα (0,1) ενώ για την περίπτωση β) είναι δεξιά της διακεκομμένης γραμμής του διαγράμματος φάσης 3β).

Στις περιπτώσεις α) και β) είναι σκόπιμο να μεταφέρουμε την αρχή των αξόνων στο β*, λ* και να μελετήσουμε την ευστάθεια των log(λ) και log(β). Έτσι αποφεύγουμε ορισμένες περιπλοκές που δημιουργεί η στατική λύση β=0 και λ=0.

Θέτω λοιπόν:

$$z_1 = \log(\beta) \tag{56α}$$

$$z_2 = \log(\lambda) \tag{56β}$$

που συνεπάγονται:

$$\dot{z}_1 = \hat{\beta}$$

$$\dot{z}_2 = \hat{\lambda}$$

Ορίζω τώρα τις νέες παραμέτρους του προβλήματος:

	Πρόσημο
$\alpha_1 = c_1 s_p$	θετικό
$\alpha_2 = -(a_1 + m)(s_p - s_w - c_2) - c_1(s_p - s_w)$	άγνωστο
$\alpha_3 = a_2(s_p - s_w - c_2)$	άγνωστο
$\alpha_4 = s_p - c_2$	άγνωστο
$\alpha_5 = -(s_p - s_w - c_2)$	άγνωστο
$\alpha_6 = -(a_1 + m)$	αρνητικό
$\alpha_7 = a_2$	αρνητικό

Το πρόσημο του α_2 δεν είναι άμεσα διαπιστώσιμο ενώ των α_3, α_5 εξαρτάται από τους περιορισμούς των παραμέτρων. Οι σχέσεις (41) και (42) μετά από τους ορισμούς των νέων παραμέτρων γράφονται:

$$z_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 e^{z_2} + \alpha_3 e^{z_1 + z_2}}{\alpha_4 + \alpha_5 e^{z_1}} \tag{57}$$

$$z_2 = \alpha_6 + \alpha_7 e^{z_1} \tag{58}$$

Για να μελετήσω την ευστάθεια του συστήματος Δ.Ε. (57) και (58) μεταφέρω την αρχή των αξόνων στο λ^*, β^* αλλάζοντας τις μεταβλητές.

$$z_1 = x_1 + \log(\beta^*)$$

$$z_2 = x_2 + \log(\lambda^*)$$

ισχύει επίσης:

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1$$

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2$$

Οι σχέσεις (57) και (58) γράφονται μετά από την αλλαγή των μεταβλητών:

$$\dot{x}_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2\lambda^* e^{x_2} + \alpha_3\lambda^*\beta^* e^{x_1+x_2}}{\alpha_4 + \alpha_5\lambda^* e^{x_2}} \tag{59}$$

$$\dot{x}_2 = \alpha_6 + \alpha_7\lambda^* e^{x_2} \tag{60}$$

Το σύστημα των Δ.Ε. είναι πεπλεγμένο και για την ανάλυση σταθερότητας θα χρησιμοποιήσουμε το αντίστοιχο γραμμικό σύστημα που προκύπτει από τα πρώτα μέλη της ανάλυσης σε σειρά Taylor ως προς x_1, x_2 των (59) και (60) στο σημείο (0,0)[15]. Σ' αυτό το σημείο της ανάλυσης μας διευκολύνει η χρήση της ορίζουσας του Jacob των συναρτήσεων των x_1, x_2 που περιγράφονται από τα αριστερά μέλη των (59) και (60) που από δω και στο εξής θα τις καλούμε $f_1(x_1, x_2)$ και $f_2(x_1, x_2)$.

Το αντίστοιχο «γραμμοποιημένο» σύστημα είναι:

$$x_1 = f_{11}x_1 + f_{12}x_2$$

$$x_2 = f_{21}x_1 + f_{22}x_2$$

όπου $f_{ij} = \partial f_i / \partial x_j : i,j = 1,2$.

Τα πρόσημα των f_{ij} περιγράφουν τον χαρακτήρα της κίνησης γύρω από το στατικό σημείο (0, 0) ή το (λ^*, β^*).

	Πρόσημο
$f_{11} = \alpha_3\beta^*\lambda^*/(\alpha_4 + \alpha_5\lambda^*)$	άγνωστο
$f_{12} = \dfrac{(\alpha_2\alpha_4 - \alpha_1\alpha_5 + \alpha_3\alpha_4\beta^*)\lambda^*}{(a_4 + a_5\lambda^*)^2}$	άγνωστο
$f_{21} = \alpha_7\beta^*$	θετικό
$f_{22} = 0$	μηδέν

15. Βλέπε Verhulst (1989), σελ. 88-99.

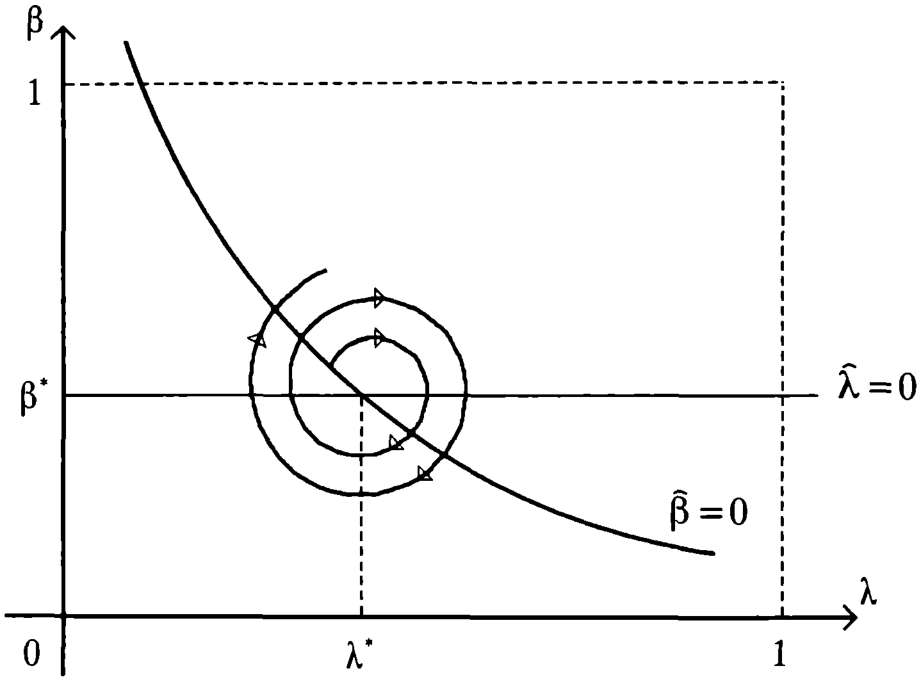
Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις για τα πρόσημα των f_{11} και f_{12}:

Περίπτωση α): $s_p - s_w - c_2 > 0$ και $c_1 > 0$, τότε $\alpha_3 > 0$, $\alpha_5 < 0$ και για τον παρονομαστή του f_{11} έχουμε: $\alpha_4 + \alpha_5\lambda^* = (s_p - s_w - c_2)(1 - \lambda^*) + s_w > 0$.

Το πρόσημο του αριθμητή του f_{12} είναι:

$\alpha_2\alpha_4 - \alpha_1\alpha_5 + \alpha_3\alpha_4\beta^* = -c_1c_2s_w$ το οποίο είναι αρνητικό για $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ (Περιπτώσεις α) και β)).

Σύμφωνα με την συνθήκη των Ruth-Hurwitz τα πραγματικά μέρη των ιδιοτιμών του πίνακα του Jacob είναι θετικά και το σύστημα των Δ.Ε. χαρακτηρίζεται από αστάθεια. Οι διακυμάνσεις των λ, β γίνονται όλο και πιο έντονες και οδηγούν το σύστημα σε κατάρρευση.



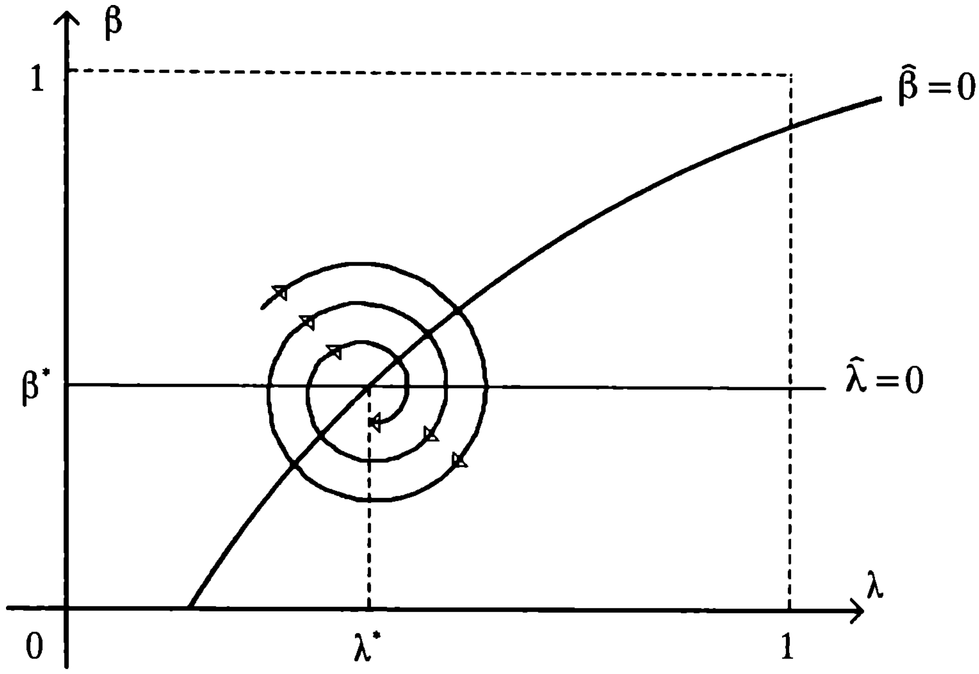
Σχήμα 4α

Περίπτωση β): $s_p - s_w - c_2 < 0$. Τότε $\alpha_3 < 0$, $\alpha_5 > 0$. Το πρόσημο του $\alpha_4+\alpha_5\lambda^*$ είναι θετικό γιατί:

$$\alpha_4 + \alpha_5\lambda^* = c_1c_2s_w / [(m + n)(-s_p + s_w + c_2) + c_1(s_p - s_w)]$$

όπου τόσο ο παρονομαστής όσο και ο αριθμητής του κλάσματος είναι θετικοί αριθμοί, άρα $\alpha_4 + \alpha_5\lambda^* > 0$, όταν $c_2 + s_w - s_p > 0$.

Το πρόσημο του f_{11} είναι αρνητικό σ' αυτήν την περίπτωση ενώ τα πρόσημα των άλλων μερικών παραγώγων δεν μεταβάλλονται. Το σύστημα των Δ.Ε. χαρακτηρίζεται σ αυτήν την περίπτωση από ασυμπτωτική ευστάθεια γιατί σύμφωνα με την συνθήκη των Ruth-Hurwitz τα πραγματικά μέρη των μιγαδικών ιδιοτιμών του πίνακα του Jacob είναι αρνητικά, και για «μικρές μετατοπίσεις» των κεντρικών μεταβλητών λ, β από το σημείο στατικής ισορροπίας λ^*, β^* επιστρέφουν σ' αυτό.



Σχήμα 4β

Η αστάθεια στην περίπτωση α) και η ασυμπτωτική ευστάθεια στην περίπτωση β) αποδείχτηκε μόνο τοπικά (local) και όχι ολικά (global). Το ερώτημα της ολικής ευστάθειας ή αστάθειας παραμένει αναπάντητο. Αν όμως ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι οι μεταβλητές λ, β παίρνουν μόνο θετικές τιμές στο διάστημα (0,1], η αστάθεια του συστήματος αποδείχτηκε και ολικά στην περίπτωση α), γιατί οι μερικές παράγωγοι των συναρτήσεων f_1, f_2 δεν αλλάζουν πρόσημα στο διάστημα (0,1]. Στην περίπτωση β) η ευστάθεια αποδείχθηκε μόνο για τα σημεία **δεξιά** της διακεκομμένης ευθείας του διαγράμματος φάσης 4β). Η γραμμή αυτή βρίσκεται δεξιά της τεταγμένης 0β εάν $s_p - c_2 < 0$ και η σημασία της είναι σχετικά μικρή γιατί είναι μάλλον υπερβολική η υπόθεση ότι η ροπή για δαπάνη των καπιταλιστών $(1 - s_p) + c_2$ είναι, έστω και βραχυχρόνια, μεγαλύτερη του 1. Δεν θα αποκλείσουμε όμως και την περίπτωση $s_p - c_2 < 0$ γι' αυτό και στο διάγραμμα φάσης 5β) απεικονίζουμε τις περιπλοκές της κίνησης των μεταβλητών που δημιουργεί η παραπάνω υπόθεση για τις παραμέτρους του προβλήματος.

Συνοψίζοντας παρατηρούμε ότι οι περιπτώσεις α) και γ) οδηγούν το σύστημα σε κατάρρευση για διαφορετικούς, σε κάθε περίπτωση, λόγους και με διαχρονική πορεία των μεταβλητών λ και β, η δε β) στο σημείο στατικής ισορροπίας β^*, λ^*.

Το ερώτημα που προκύπτει στο σημείο αυτό είναι πια η σημασία των παραγώγων των μεταβλητών του συστήματος δορυφόρος προς λ για την ευστάθεια ή αστάθεια του συστήματος.

Η περίπτωση γ) περιγράφηκε ήδη ως η κύρια παραλλαγή της υποκαταναλωτικής/«υπερπαραγωγικής» θέσης για την περιγραφή της καπιταλιστικής κρίσης.

Οι περιπτώσεις α) και β) αποτελούν βασικές παραλλαγές της θεωρίας της υπερσυσσώρευσης γιατί η αύξηση της μερίδας των μισθών, ενεχόμενο της αύξησης της απασχόλησης, μειώνει τόσο το ποσοστό κέρδους, όσο και το ποσοστό επισώρευσης r. Η κύρια διαφορά είναι οι επιδράσεις της αύξησης της μερίδας των μισθών στο βαθμό αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής ϑ. Σύμφωνα με την παραλλαγή της περίπτωσης α) η αύξηση του μεριδίου των μισθών μειώνει την αποταμίευση τόσο και αυξάνει τον πολλαπλασιαστή τόσο ώστε παρά το πτωτικό ποσοστό κέρδους ο βαθμός αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής $\vartheta = \alpha / r\sigma$ ανέρχεται. Ο κεϋνσιανός «πολλαπλασιαστής» των μεταβιβαστικών δαπανών θεμελιώνεται εν μέρει από την παραλλαγή της περίπτωσης β), όπως και τα ευχολόγια ορισμένων αριστερών οικονομολόγων για τις μεγεθυντικές επιδράσεις της «λαϊκής» κατανάλωσης στο εθνικό εισόδημα και τον βαθμό αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής όχι όμως και τις θετικές επιδράσεις της κατανάλωσης των εργαζομένων στο βαθμό απασχόλησης. Η παραλλαγή αυτή χαρακτηρίζεται από τον Glombowski «συντηρητική».

Η «ριζοσπαστική» παραλλαγή της περίπτωσης β) δεν βλέπει με τόση αισιοδοξία την επίδραση της αύξησης του μεριδίου των μισθών στον βαθμό αξιοποίησης του δυναμικού παραγωγής ϑ και ως εκ τούτου το μέγεθος και τη σημασία του «πολλαπλασιαστή» μεταβιβαστικών δαπανών.

Όπως έχουμε περιγράψει ήδη η «συντηρητική» επιλογή των παραμέτρων στην περίπτωση α) οδηγεί το σύστημα σε κατάρρευση γιατί οι διακυμάνσεις των κεντρικών μεταβλητών και ως εκ τούτου των μεταβλητών του συστήματος «δορυφόρος» γίνονται αυθαίρετα μεγάλες, ενώ η «ριζοσπαστική» εκλογή των παραμέτρων δημιουργεί φθίνουσες κυκλικές διακυμάνσεις και συνεπώς οδηγεί πίσω στην στατική λύση λ^*, β^*. Αυτό δεν αποτελεί «δικαίωση» των υποστηρικτών της «συντηρητικής» παραλλαγής, ούτε βέβαια απόδειξη της υπεροχής της απέναντι στην «ριζοσπαστική» παραλλαγή, δεδομένου ότι οι θεωρίες κατάρρευσης (Zusammenbruchstheorien) αποτελούν ένα στάδιο ανάπτυξης της θεωρίας της καπιταλιστικής κρίσης που έχει ήδη ξεπεραστεί, αντιθέτως οι συνέπειές της στην διαχρονική πορεία των κεντρικών μεταβλητών καταδεικνύουν τις αντιφάσεις των υποθέσεων της «συντηρητικής» παραλλαγής[16].

Διατυπώσαμε πριν την άποψη ότι το μοντέλο αυτό του Glombowski, καίτοι είναι γενίκευση του μοντέλου Goodwin, εντάσσεται εντέλει στην μετακευνσιανή συζήτηση των μοντέλων μεγέθυνσης τύπου Kaldor, δηλαδή των μοντέλων εκείνων μεγέθυνσης που παγιώνουν την κατανομή του εισοδήματος μακροχρόνια σε ένα

16. Για μια μαθηματική και κριτική παρουσίαση των θεωριών κατάρρευσης Βλέπε Georgeskou-Roegen, N. (1968): «The Mathematical Proof of the Breakdown of Capitalism» pp. 259-300.

optimum growth path. Η κατανομή του εισοδήματος σ' αυτά τα μοντέλα χρησιμεύει ως ένας παράγοντας ευστάθειας του μοντέλου που αποτρέπει τη σωρευτική αστάθεια για εκτός ισορροπίας θέση που παρατηρείται στα μοντέλα τύπου Domar, δηλαδή τα μοντέλα που δεν θεωρούν την κατανομή παγιωμένη και δεδομένη. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά της «ριζοσπαστικής» (και πιο ρεαλιστικής) εκδοχής του μοντέλου σε συνδυασμό με τον «εξωγενή» ως προς τις αποταμιεύσεις προσδιορισμό των επενδύσεων, όπως ακριβώς τα (μετα)κευνσιανά θεωρητικά σχήματα, δεν αφήνουν αμφιβολία ότι εντέλει το μοντέλο Glombowski εντάσσεται στην μετακεϋνσιανή θεωρία της μεγέθυνσης. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι αποτελεί μια ειδική περίπτωση των παραπάνω μοντέλων, αντιθέτως είναι γενίκευσή τους και βεβαίως δεν αποκλείει την δυνατότητα κατασκευής γενικευμένων μοντέλων Goodwin, με σταθερού πλάτους ταλαντώσεις των βασικών μεταβλητών στην κατεύθυνση αυτή[17].

Μια ελάσσονος σημασίας διαφορά του μοντέλου Goodwin από τα μοντέλα τύπου Kaldor είναι ότι το μοντέλο μας προβλέπει ανισορροπίες ανάμεσα στο P και το Y μόνο, ενώ στην εκδοχή του Pasinetti για το μοντέλο Kaldor προβλέπονται ανισορροπίες ανάμεσα στο S και το I[18].

IV. Οι επιδράσεις της money illusion στο βασικό μοντέλο Goodwin

Στο τμήμα αυτό θα υποθέσουμε ότι το ωρομίσθιο w δεν είναι πραγματικό, αλλά ονομαστικό για να μπορέσουμε να μελετήσουμε τις επιδράσεις της money illusion που στο μοντέλο μας εμφανίζεται ως η επίδραση της μεταβολής, $\hat{p}$, του γενικού επιπέδου των τιμών p στην ανταλλακτική σχέση του ρυθμού μεταβολής του ονομαστικού ωρομισθίου $\hat{w}$ και του ποσοστού απασχόλησης β[19]. Για να μελετήσουμε την ευστάθεια του μοντέλου θα χρειαστεί να τροποποιήσουμε την υπόθεση ε) του τμήματος ΙΙ) ως εξής:

ε) το **ονομαστικό** ωρομίσθιο $\hat{w}$ μεταβάλλεται με ρυθμό m ίσο με $-a_1 + a_2\beta + \eta\hat{p}$, όπου a_1, a_2 οι θετικές σταθερές του τμήματος ΙΙ), η ένας θετικός αριθμός ανάμεσα στο 0 και το 1 και $\hat{p}$ ο ρυθμός μεταβολής του γενικού επιπέδου των τιμών που

17. Για ένα τέτοιο μοντέλο, το οποίο δεν σχετίζεται με το μοντέλο Glombowski αλλά «παράγει» ταλαντώσεις σταθερού πλάτους, βλέπε το παράρτημα του ανά χείρας άρθρου.

18. Βλέπε Pasinetti ο.π. σελ. 103-118.

19. Η σχέση ανάμεσα στο ονομαστικό ωρομίσθιο και τον βαθμό απασχόλησης είναι και ο πυρήνας της καμπύλης Phillips. Η ως τώρα ανάλυση με βάση την σχέση ανάμεσα στο πραγματικό ωρομίσθιο και τον βαθμό απασχόλησης ήταν μια ειδική περίπτωση όπου η αμοιβή των εργαζομένων δινόταν ως μερίδιο του πραγματικού προϊόντος.

στην περίπτωσή μας είναι η τιμή του quasi-one good του οικονομικού συστήματος που πραγματευόμαστε.

Η τιμή ισορροπίας p^* βρίσκεται στις εξής σχέσεις με τις άλλες μεταβλητές του συστήματος:

$$Y^*p^* = w^*L^* + \pi\,(w^*L^* + K^*\,p^*) \tag{61}$$

$$Y^*p^* = w^*L^* + p^*\,(Y^* - w^*L^* / p^*) \tag{62}$$

όπου τα μεγέθη με αστερίσκο είναι τα μακροχρόνια μεγέθη ισορροπίας και επιπλέον π είναι το (σταθερό) ονομαστικό ποσοστό κέρδους. Οι σχέσεις (61) και (62) είναι μάλλον αυτονόητες σχέσεις. Η (61) δηλώνει ότι το τιμιακό μέγεθος του εισοδήματος είναι ίσο με το συνολικό κόστος w^*L^* συν το κέρδος $\pi(w^*L^*+K^*p^*)$ και η δε (62) ότι το τιμιακό εισόδημα διανέμεται σε μισθούς w^*L^* και κέρδη $p^*\,(Y^* - w^*L^* / p^*)$.

Οι (61) και (62) μετά από στοιχειώδεις πράξεις γράφονται:

$$p^* = w^* / y + \pi\,(w^* / y + \sigma p^*) \tag{63}$$

$$p^* = w^* / y + p^*\,(1 - \lambda^*) \tag{64}$$

όπου y η παραγωγικότητα της εργασίας και λ^* η μερίδα των μισθών σε κατάσταση ισορροπίας.

Το ποσοστό κέρδους και η μακροχρόνια τιμή p^* ισορροπίας δίνονται εντέλει από τις σχέσεις:

$$\pi = \frac{1-\lambda^*}{\lambda^* + \sigma} < \frac{1}{\sigma}$$

$$p^* = \frac{w^*(1-\pi\sigma)}{y(1+\pi)} = \frac{w^*}{y\lambda^*}$$

Φαινομενικά είναι παράδοξο να υποθέσουμε κατ αρχήν ότι το ποσοστό κέρδους π είναι σταθερό στις διάφορες φάσεις του οικονομικού κύκλου. Στην πραγματικότητα το π είναι όμως ένα mark-up, μια πολιτική τιμολόγησης των επιχειρήσεων, που μπορούμε να υποθέσουμε ότι παραμένει σταθερό, όπως μπορούμε να υποθέσουμε το γεγονός ότι η πολιτική τιμολόγησης των επιχειρήσεων δεν μεταβάλλεται στις διάφορες φάσεις του οικονομικού κύκλου. Ο λόγος είναι ότι βαθμός αξιοποίησης του παραγωγικού δυναμικού ϑ του προηγούμενου τμήματος παραμένει στο τμήμα αυτό σταθερός και ίσος με ένα και κατά συνέπεια η «παραγωγικότητα» του κεφαλαίου σ (που ορίζεται ως ο αντίστροφος λόγος κεφαλαίου-προϊόντος) παραμένει σταθερός στις φάσεις του κύκλου.

Στη συνέχεια θα δεχτούμε ότι η βραχυχρόνια τιμή παραγωγής p είναι ίση με:

$$p(t) = \int_0^{+\infty} \frac{w(t-r)}{y(t-r)} \frac{1+\pi}{1-\pi\sigma} \mu e^{-\mu r} dr \tag{65}$$

δηλαδή ότι η τιμή παραγωγής προσαρμόζεται εκθετικά με υστέρηση ίση με μ στο μέγεθος $w\lambda / y$. Μετά από στοιχειώδεις πράξεις η (65) γράφεται:

$$\frac{\mu}{D+\mu} \frac{1+\pi}{1-\pi\sigma} \frac{m}{y}$$

όπου D ο τελεστής παραγώγισης,

και αντιστοίχως $\quad p = \mu \left[\frac{1-\sigma\pi}{1+\pi} \lambda - 1 \right] = \mu [\lambda/\lambda^* - 1]$

όπου $\frac{1+\pi}{1-\sigma\pi} = \lambda^*$ συνεπώς: Το $\hat{p} \gtrless 0$ όταν $\lambda \gtrless \lambda^*$. Το γενικό επίπεδο τιμών αυξάνεται (μειώνεται) όταν η μερίδα των μισθών είναι μεγαλύτερη (μικρότερη) από τη μέση μακροχρόνια τιμή της. Το ποσοστό μεταβολής της μερίδας των μισθών μετά τις παραπάνω αποσαφηνίσεις είναι:

$$\hat{\lambda} = \hat{w} - \hat{p} - \hat{y} = -a_1 + a_2\beta + \eta\hat{p} - \hat{p} + m =$$

$$= -(a_1 + m) + a_2\beta + (\eta - 1)\hat{p} =$$

$$= -(a_1 + m) + a_2\beta + (1-\eta)\left(1 - \frac{1-\sigma\pi}{1-\pi}\lambda\right)\mu \tag{66}$$

Η εξίσωση (11) δεν μεταβάλλεται:

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \tag{67}$$

Το σύστημα των Δ.Ε. είναι λοιπόν:

$$\hat{\lambda} = -[(a_1 + m) - (1-\eta)\mu] + a_2\beta - (1-\eta)\mu\frac{1-\sigma\pi}{1+\pi}\lambda \tag{66}$$

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \tag{67}$$

Η στατική λύση $\hat{\beta} = \hat{\lambda} = 0$ είναι:

$$\hat{\beta} = 0, \quad \lambda^* = 1 - (m+n)/\sigma \qquad \text{και}$$

$$\hat{\lambda} = 0, \quad \beta^*(\lambda) = -[(a_1 + m) - (1-\eta)\mu] - [(1-\eta)\mu\frac{1-\sigma\pi}{1+\pi}]\lambda$$

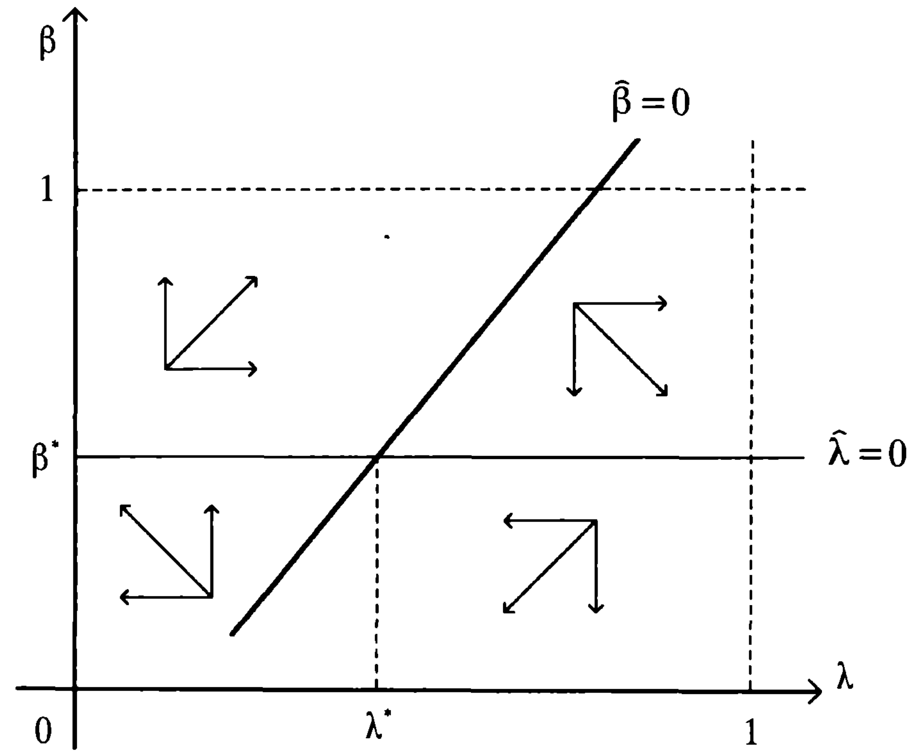
για $\lambda=\lambda^*$ η στατική λύση είναι: $\beta^*(\lambda^*) = (a_1 + m) / a_2$

Το στατικό σημείο είναι, λοιπόν, ίδιο όπως και στην περίπτωση του τμήματος ΙΙ).

Για τα σημεία εκτός της καμπύλης $\beta^*(\lambda)$ το πρόσημο της χρονοπαραγώγου του λ είναι: $\pi\rho o\sigma(\lambda)=\pi\rho o\sigma(\beta - \beta^*)$

Για το πρόσημο του β ισχύει επίσης: $\pi\rho o\sigma(\beta)=\pi\rho o\sigma(\lambda^* - \lambda)$

Άρα η κίνηση είναι κυκλική γύρω από τα στατικά σημεία β^*, λ^*.



Σχήμα 5

Για να διερευνήσουμε αν είναι ευσταθής ή ασταθής στο σημείο ισορροπίας (λ^*, β^*) θα χρησιμοποιήσουμε την τεχνική που εφαρμόσαμε στο τμήμα ΙΙΙ).

Ορίζω τις νέες παραμέτρους:

$\alpha_1 = (1 - \eta)\,\mu - (a_1 + m)$ άγνωστο

$\alpha_2 = a_2$ θετικό

$\alpha_3 = -(1 - \eta)\,\mu$ αρνητικό

$\alpha_4 = \sigma - m - n$ θετικό

$\alpha_5 = -\sigma$ αρνητικό

Το σύστημα των Δ.Ε. γράφεται:

$$\hat{\lambda} = \alpha_1 + \alpha_2\beta + \alpha_3\lambda$$
$$\hat{\beta} = \alpha_4 + \alpha_5\lambda$$

Θέτω: $x_1 = \log(\lambda) - \log(\lambda^*)$

$x_2 = \log(\beta) - \log(\beta^*)$

Το σύστημα των Δ.Ε. εξισώσεων γράφεται:

$$\dot{x}_1 = \alpha_1 + \alpha_2 e^{x_2}\beta^* + \alpha_3 e^{x_1}\lambda^* \quad (68)$$

$$\dot{x}_2 = \alpha_4 + \alpha_5 e^{x_1}\lambda^* \quad (69)$$

Οι μερικές παράγωγοι είναι:

$$f_{11} = \alpha_3\lambda^* < 0,\ f_{12} = \alpha_2\beta^* > 0$$

$$f_{21} = \alpha_5\lambda^* < 0,\ f_{22} = 0$$

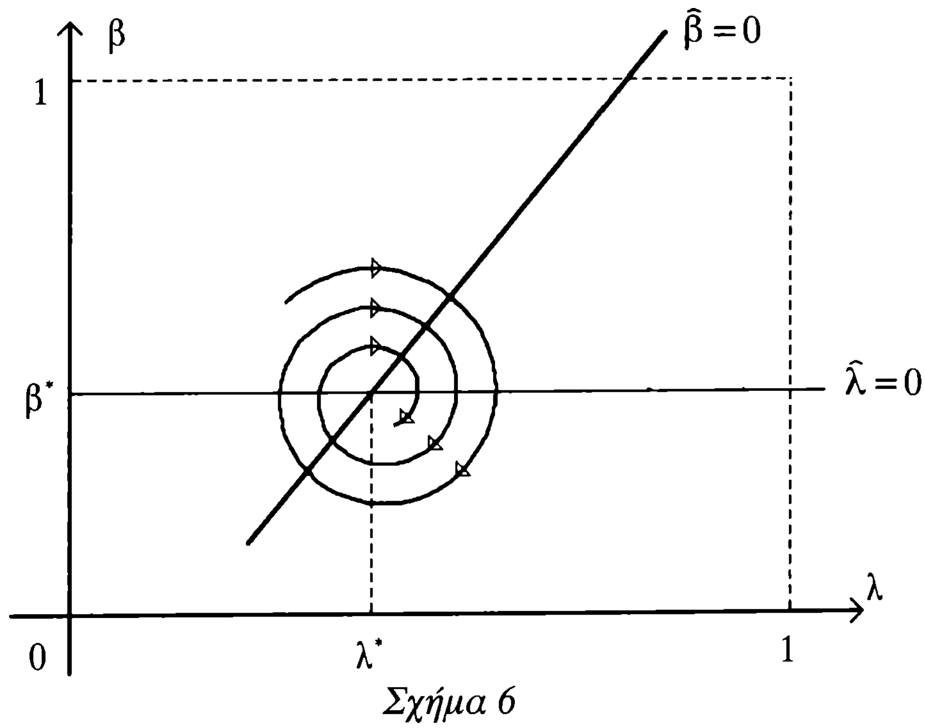
όπου $f_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j};\ i,j = 1,2.$

Ο πίνακας του Jacob (των πρώτων μερικών παραγώγων) στο σημείο β^*, λ^* έχει τα εξής πρόσημα:

$$\text{sign}J = \begin{pmatrix} - & + \\ - & 0 \end{pmatrix}$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη όπως προκύπτει από την εφαρμογή της συνθήκης Ruth-Hurwitz στην περίπτωσή μας, άρα το σύστημα είναι ευσταθές τοπικά (local) και ολικά (global), δεδομένου ότι τα πρόσημα των πρώτων μερικών παραγώγων δεν μεταβάλλονται στο διάστημα (0,1].

Όπως αναμενόταν η money illusion που έχουν οι εργαζόμενοι σε συνδυασμό με το σταθερό mark up και την αύξουσα (φθίνουσα) τάση του γενικού επιπέδου των τιμών όταν η μερίδα των μισθών είναι μεγαλύτερη (μικρότερη) της μέσης οδηγεί το σύστημα μέσω σπειροειδών κυκλικών τροχιών στην στατική λύση και ως εκ τούτου στην μακροχρόνια δυναμική ισορροπία.



Σχήμα 6

Εάν τέλος επιστρέψουμε στην υπόθεση (63):

$$p^* = w^* / y + \pi (w^* / y + \sigma p^*)$$

παρατηρούμε ότι οι τιμές που παριστάνει η παραπάνω σχέση είναι οι τιμές παραγωγής όταν το ονομαστικό ωρομίσθιο προκαταβάλλεται και το π είναι το σε τιμές παραγωγής ποσοστό κέρδους. Εάν το ονομαστικό ωρομίσθιο δεν προκαταβάλλεται τότε η τιμή παραγωγής δίνεται από τη σχέση:

$$p^* = w^* / y + \pi\sigma p^* \qquad (63α)$$

Ενώ εάν αντικαταστήσουμε το ποσοστό κέρδους π με την αποδοτικότητα του κόστους $\bar{\pi}$, όπως ο Wolfstetter[20], έχουμε για την τιμή παραγωγής:

$$p^* = (1+\bar{\pi})w^*/y \qquad (63β)$$

Το αποτέλεσμα όσον αφορά την ευστάθεια του συστήματος δεν αλλάζει αν αντικαταστήσουμε την (63) με τις (63α) και (63β).

V. Ποια w-β σχέση;

Ο Goodwin περιγράφει ως εξής τη σχέση πραγματικού ωρομισθίου με τον βαθμό απασχόλησης:

«(7) A real wage rate which rises in the neighbourhood of full employment.»
και ερμηνεύει στην επόμενη σελίδα το σημείο αυτό:
«Assumption (7) may be written as

$$\dot{w}/w = f(v), \ (v = \beta - \Gamma\Sigma.)$$

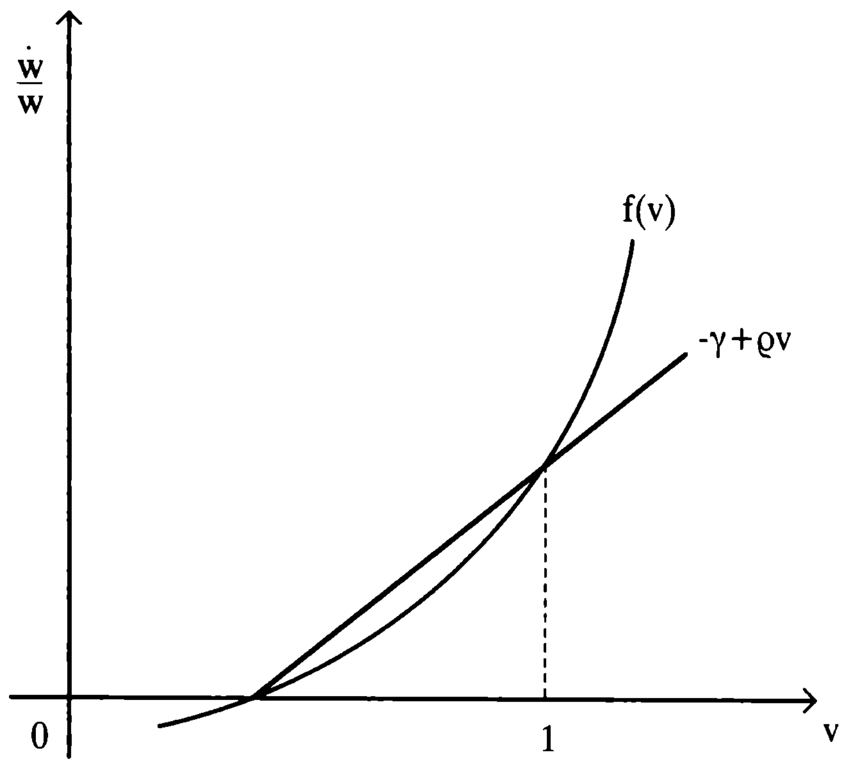
as shown in figure 12.1 (σχήμα 7 -Γ.Σ.).
The following analysis can be carried out using such an f(v), with a change in degree but not in kind of results. Instead, in the interest of lucidity and ease of analysis. I shall take a linear approximation (as shown in figure 12.1),

$$\dot{w}/w = -\gamma + \rho v, \ (\gamma = a_1, \ \rho = a_2 \text{ και } v = \beta - \Gamma\Sigma.)$$

and this does quite satisfactory for moderate movements of v near the point +1».

Πρέπει στο σημείο αυτό να παρατηρηθεί ότι τόσο στο μοντέλο Goodwin όσο και στο μοντέλο που περιγράφει ο Marx στο 23 Κεφάλαιο, οι μεταβολές του βαθμού απασχόλησης, v στον Goodwin και β στο ανά χείρας άρθρο, δεν είναι moderate movements of v (β - Γ.Σ.) near the point +1, αλλά δύνανται να λάβουν

20. Βλέπε Wolfstetter (1977), pp. 149-151 και 156-157.



Σχήμα 7

τιμές κατά πολύ μικρότερες του +1, στο διάστημα πάντα (0,1]. Το αυτό ισχύει και για τον Marx, ο οποίος περιγράφει πλευρές της πραγματικής οικονομικής κρίσης και προϋποθέτει την ύπαρξη του εφεδρικού στρατού εργασίας που απομακρύνει το σύστημα από την πλήρη απασχόληση σε όλες τις φάσεις του οικονομικού κύκλου. Ιδιαίτερα πρέπει να παρατηρηθεί το γεγονός ότι στο μοντέλο Goodwin οι κινήσεις των μεταβλητών γύρω από το σημείο ισορροπίας κάθε άλλο παρά moderate μπορεί να χαρακτηριστούν.

Είναι προφανές, βέβαια, ότι ο Goodwin εισάγει την γραμμική σχέση ανάμεσα στο ρυθμό μεταβολής του πραγματικού ωρομισθίου και του βαθμού απασχόλησης για λόγους ευκολίας και μόνον, δεδομένου ότι σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση δεν μπορεί να δοθεί η περιγραφική λύση των Lotka-Voltera στο σύστημα των διαφορικών εξισώσεων και ως εκ τούτου δεν θεμελιώνεται πάντα η ύπαρξη οικονομικού κύκλου.

Η καμπύλη που παρουσιάζει στο σχήμα 12.1 του άρθρου του ο Goodwin μοιάζει με την καμπύλη Phillips με μια, όμως, σημαντική διαφορά, ο Phillips γράφει για την σχέση του *ονομαστικού* ωρομισθίου με τον βαθμό απασχόλησης και ο Lipsey, για την ανταλλακτική σχέση του ρυθμού μεταβολής του ονομαστικού ωρομισθίου και τον ρυθμό μεταβολής του γενικού επιπέδου των τιμών. Η σχέση (6) $\hat{w}=-a_1+a_2\beta$ ως γραμμική προσέγγιση της σχέσης του πραγματικού ωρομισθίου με τον βαθμό απασχόλησης, σχέσης που υπονοεί ο Goodwin με το σχήμα 12.1 του άρθρου του, δημιουργεί ερωτηματικά σε σχέση με την ευστάθεια ή αστάθεια του συστήματος όταν αντί της σχέσης (6) χρησιμοποιηθούν παραλλαγές των βασικών σχέσεων που ερευνήθηκαν εμπειρικά από τους Phillips και Lipsey[21]:

$$\hat{w}=-a_1+a_2(1-\beta)^{-c},\ c>0$$

και

$$\hat{w}=-a_1+a_2(1-\beta)^{-1}+a_3(1-\beta)^{-2}+a_4\beta+a_5\hat{p}$$

Σκοπός όμως μιας θεωρητικής ανάλυσης όπως και η δικιά μας δεν είναι η άμεση εισαγωγή μιας από των παραπάνω σχέσεων που έχουν επιβεβαιωθεί «εμπειρικά» αντί της (6) αλλά η μελέτη των επιπτώσεων στην ευστάθεια του συστήματος που θα είχε η εισαγωγή μιας μεταβλητής που υπάρχει στις παραπάνω εξισώσεις ή/και η τροποποίηση του τρόπου που εισάγεται μια μεταβλητή στην εξίσωση (6). Γι αυτό αντί της εξίσωσης (6) θα χρησιμοποιήσουμε μια από τις εξισώσεις:

$$\hat{w}=-a_1+a_2(1-\beta)^{-c},\ c>0 \tag{70}$$

$$\hat{w}=-a_1+a_2\beta+a_3\hat{\beta},\ a_3\neq 0 \tag{71}$$

$$\hat{w}=-a_1+a_2(1-\beta)^{-1}+a_3\hat{\beta},\ a_3\neq 0 \tag{72}$$

Αν θεωρήσουμε την (70) αντί της (6) το σύστημα των Δ.Ε. γράφεται:

$$\hat{\lambda}=-(a_1+m)+a_2(1-\beta)^{-c} \tag{73}$$

$$\hat{\beta}=\sigma-(m+n)-\sigma\lambda \tag{74}$$

Το στατικό σημείο του συστήματος είναι για λ=β=0 και c>0:

$$\beta^*=1-\left(\frac{a_1+m}{a_2}\right)^{-1/c}$$

$$\lambda^*=1-(m+n)/\sigma$$

Προφανώς πρέπει $0<\beta<1$ ή $a_1+m>a_2>0$.

Η κίνηση των μεταβλητών β, λ γύρω από το στατικό σημείο β^*, λ^* δίνεται από τις σχέσεις:

$$\hat{\beta}=-\sigma(\lambda-\lambda^*) \tag{75}$$

$$\hat{\lambda}=a_2[(1-\beta)^{-c}-(1-\beta^*)^{-c}] \tag{76}$$

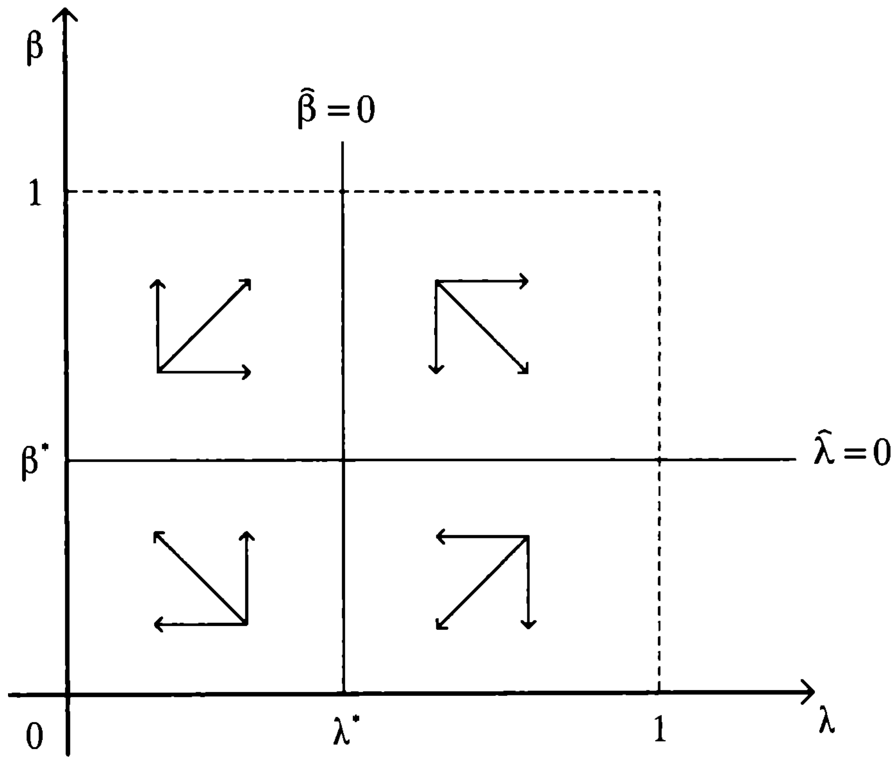
Για τα πρόσημα των παραγώγων των μεταβλητών β, λ ισχύει:

$$\mathrm{sign}\dot{\beta}=-\mathrm{sign}(\lambda-\lambda^*)$$

$$\mathrm{sign}\dot{\lambda}=-\mathrm{sign}(\beta-\beta^*)\ \text{για}\ c>0$$

21. Βλέπε Trevithick / Mulvey (1976) και Frisch H., (1980).

Από τα πρόσημα των παραγώγων προκύπτει ότι η κίνηση γύρω από το στατικό σημείο είναι κυκλική. Μένει, όμως, να αποδείξουμε ότι η κίνηση αυτή διαγράφει κλειστές φασικές τροχιές όπως στο βασικό μοντέλο Goodwin ή είναι ασυμπτωτικά ευσταθής ή ασυμπτωτικά ασταθής.



Σχήμα 8

Η μελέτη της ευστάθειας θα γίνει στο σημείο (0,0) και όχι στο σημείο (β^*, λ^*) για να αποφύγουμε τις επιπλοκές που δημιουργεί το σημείο (0,0) στο αρχικό σύστημα. Το αρχικό σύστημα μετά από στοιχειώδεις πράξεις στις μεταβλητές β, λ γράφεται:

$$z_1 = (1-e^{z_2})\sigma-(m+n)$$
$$z_2 = -(a_1+m)+a_2(1-e^{z_1})^{-c}$$

όπου $z_1=\log\beta$, $z_2=\log\lambda$ και

$$\hat{\beta}=\dot{z}_1, \quad \hat{\lambda}=\dot{z}_2$$

Θεωρώντας τον ακόλουθο μετασχηματισμό των συντεταγμένων ώστε το στατικό σημείο να μεταφερθεί στο σημείο (0,0) έχουμε:

$$x_1=z_1-z_1^* \qquad \dot{z}_1=\log\hat{\beta}$$
$$x_2=z_2-z_2^* \qquad \dot{z}_2=\log\hat{\lambda}$$

Προφανώς ισχύει ότι $x_1^*=x_2^*=0$ για τα σημεία ισορροπίας όπως και ισχύει για τις πρώτες παραγώγους των $\dot{x}_1=\dot{x}_2$

$$\dot{x}_1 = \dot{z}_1$$
$$\dot{x}_2 = \dot{z}_2$$

Οι διαφορικές εξισώσεις γράφονται τώρα

$$\dot{x}_1 = (1 - e^{x_2}\lambda^*)\sigma - (m+n) = f_1(x_1, x_2) \tag{77}$$
$$\dot{x}_2 = a_2(1 - e^{x_1}\beta^*)^{-c} - (a_1 + m) = f_2(x_1, x_2) \tag{78}$$

Για τη μελέτη της συμπεριφοράς των μεταβλητών γύρω από το στατικό σημείο θα χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο των Ruth-Hurwitz.

Στο σημείο (0,0) οι μερικές παράγωγοι είναι:

$$f_{11} = 0, \quad f_{12} = -\lambda^*\sigma < 0$$

$$f_{21} = \frac{a_2 c \beta^*}{(1-\beta^*)^{c+1}} > 0, \quad f_{22} = 0$$

$$\text{όπου } f_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad i,j = 1,2 \text{ και}$$

και η ορίζουσα Jacob όσον αφορά τα πρόσημα είναι:

$$\operatorname{sign} J = \begin{pmatrix} 0 & - \\ + & 0 \end{pmatrix}$$

Οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης της ορίζουσας Jacob του συστήματος είναι φανταστικοί αριθμοί, άρα το κριτήριο των Ruth-Hurwitz δεν μας δίνει θετικό αποτέλεσμα για την σύγκλιση ή όχι των μεταβλητών στην τιμή ισορροπίας. Η περίπτωσή μας είναι η κρίσιμη περίπτωση (critical case) όπου το σημείο (0,0) -αντιστοίχως (λ^*, β^*)- δύναται να είναι το κέντρο κλειστών φασικών τροχιών ή σπειροειδών φασικών τροχιών[22]. Οι σπειροειδείς φασικές τροχιές δύνανται να συγκλίνουν ή να αποκλίνουν. Τέλος, δύνανται να συνυπάρχουν και τα τρία είδη των τροχιών (κλειστές, αποκλίνουσες και συγκλίνουσες) σε διαφορετικές περιοχές του επιπέδου που ορίζεται από τις μεταβλητές x_1, και x_2 (αντιστοίχως λ, β).

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα του Bendixton για να δούμε εάν το σύστημα *δύναται* να έχει περιοδική λύση, δηλαδή εάν τα x_1, x_2 (αντιστοίχως λ, β) κινούνται σε κυκλική τροχιά[23]. Σύμφωνα με το θεώρημα του Bendixton εάν το πρόσημο του $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}$ είναι σταθερό (θετικό ή αρνητικό) τότε το σύστημα δεν έχει περιοδική λύση. Στην περίπτωσή μας ισχύει ότι $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0$ και το σύστημα *δύναται* να έχει περιοδικές λύσεις.

22. Βλέπε Verhulst, ο.π. p. 74.
23. Βλέπε Verhulst, ο.π. p. 39 και p. 50.

Η παραπάνω ανάλυση δεν μας έδωσε απάντηση στο ερώτημα της ύπαρξης ή όχι κλειστών φασικών τροχιών στο μοντέλο Goodwin με την τροποποιημένη σχέση πραγματικού ωρομισθίου και βαθμού απασχόλησης. Απάντηση μπορεί να δοθεί με μία κατασκευαστική λύση όπως η αυθεντική του Voltera για το αρχικό μοντέλο Goodwin, η οποία λύση, δυστυχώς, δεν δύναται να εφαρμοστεί στην ειδική αυτή περίπτωση.

Εάν αντί της σχέσης (70) εισάγουμε την (71) έχουμε το ακόλουθο σύστημα:

$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2\beta + a_3\hat{\beta} \qquad (71)$$

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \qquad (11)$$

Η σχέση (71) συνδέει το ρυθμό μεταβολής του πραγματικού ωρομισθίου τόσο με το ρυθμό μεταβολής του βαθμού απασχόλησης όσο και με τον ίδιο το βαθμό απασχόλησης. Η σχέση αυτή διερευνήθηκε εμπειρικά από τον Lipsey[24], ο οποίος και επιβεβαίωσε εμπειρικά την «επίδραση» στην εξίσωση (71) του ρυθμού μεταβολής του βαθμού απασχόλησης.

Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων μετά από στοιχειώδεις πράξεις γράφεται:

$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2\beta + a_3[\sigma-(m+n)] - a_3\sigma\lambda \qquad (79)$$

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \qquad (80)$$

ή

$$\hat{\lambda} = -[a_1 + m - a_3(\sigma - m - n)] + a_2\beta + a_3\sigma\lambda \qquad (80\alpha)$$

Το στατικό σημείο δίνεται από τη λύση του συστήματος για

$$\dot{\beta} = \dot{\lambda} = 0$$

και είναι

$$\lambda = 1 - \frac{m+n}{\sigma} \quad \text{για } \hat{\beta} = 0$$

και $$\beta(\lambda) = \frac{a_1 + m - a_3(\sigma - m - n)}{a_2} + \frac{a_3\sigma\lambda}{a_2}$$

για $$\hat{\lambda} = 0$$

Άρα για $$\beta^*(\lambda^*) = \frac{a_1 + m}{a_2}$$

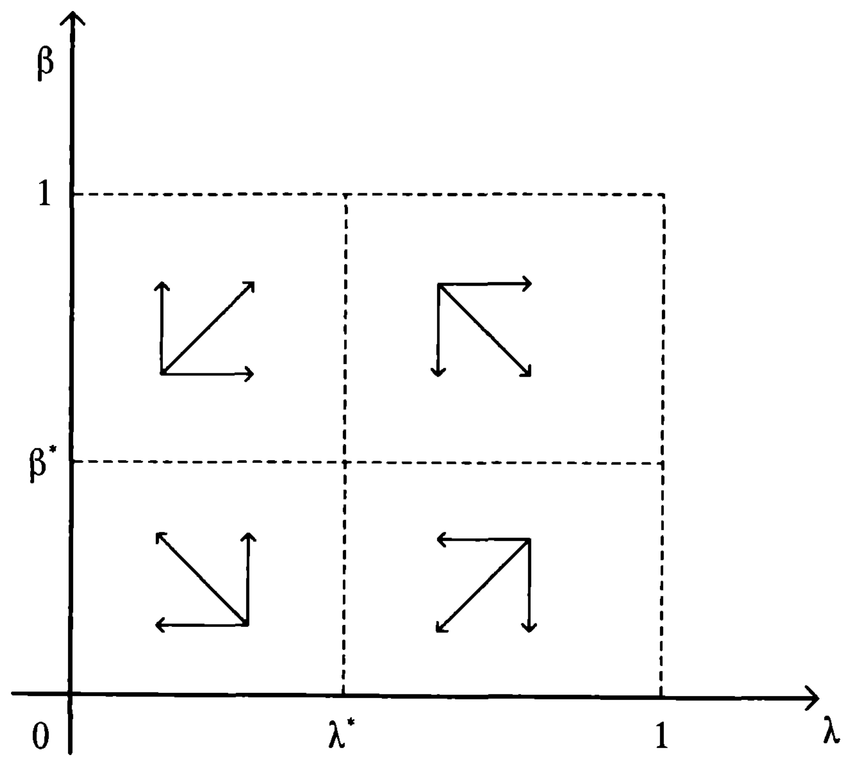
Το στατικό σημείο παραμένει το ίδιο με την αρχική περίπτωση Goodwin, πλην όμως αλλάζει η κλίση της $\hat{\beta} = 0$ η οποία είναι ομόσημη του a_3 δεδομένου ότι $a_2 > 0$, $\sigma > 0$.

Για τα πρόσημα των $\hat{\lambda}, \hat{\beta}$ ισχύει:

24. Βλέπε Trevithick / Mulvey (1976) και Frisch, H. (1980) ό.π.

$$\operatorname{sign}\hat{\beta} = \operatorname{sign}(\lambda^* - \lambda)$$
$$\operatorname{sign}\hat{\lambda} = \operatorname{sign}(\beta - \beta^*)$$

Η κίνηση είναι κυκλική γύρω από το στατικό σημείο (λ^*, β^*). Μένει όμως να διαπιστώσουμε εάν η κίνηση αυτή συνίσταται από κλειστές φασικές τροχιές ή σπειροειδείς καμπύλες που συγκλίνουν ή αποκλίνουν από το στατικό σημείο.



Σχήμα 9

Εφαρμόζουμε τον ήδη γνωστό μετασχηματισμό

$$z_1 = \log\beta \quad \text{και} \quad \dot{z}_1 = \hat{\beta}$$
$$z_2 = \log\lambda \quad \text{και} \quad \dot{z}_2 = \hat{\lambda}$$

Το σύστημα των Δ.Ε. γράφεται τώρα

$$z_1 = \sigma - (m+n) - \sigma e^{z_2} \tag{81}$$
$$z_2 = -[(a_1 + m) - a_3(\sigma - m - n)] + a_2 e^{z_1} - a_3 \sigma e^{z_2} \tag{82}$$

Το στατικό σημείο είναι το (z_1^*, z_2^*) όπου

$$z_1^* = \log\beta^*$$
$$z_2^* = \log\lambda^*$$

Θέτουμε

$$x_1 = z_1 - z_1^* \qquad \dot{x}_1 = \dot{z}_1$$
$$x_2 = z_2 - z_2^* \qquad \dot{x}_2 = \dot{z}_2$$

Το σύστημα των Δ.Ε. γράφεται μετά από τους μετασχηματισμούς:

$$\dot{x}_1 = \sigma - (m+n) - \sigma e^{x_2}\lambda^* \tag{83}$$
$$\dot{x}_2 = -[(a_1+m) - a_3(\sigma - m - n)] + a_2 e^{x_1}\beta^* - a_3\sigma e^{x_2}\lambda^* \tag{84}$$

Τα πρόσημα των μερικών παραγώγων της ορίζουσας Jacob είναι:

$$f_{11} = 0, \quad f_{12} = -\sigma\lambda^* < 0$$
$$f_{21} = a_2\beta^* > 0, \quad f_{22} = -a_3\sigma\lambda^* \quad (?)$$

Το πρόσημο της f_{22} εξαρτάται από το πρόσημο του a_3.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

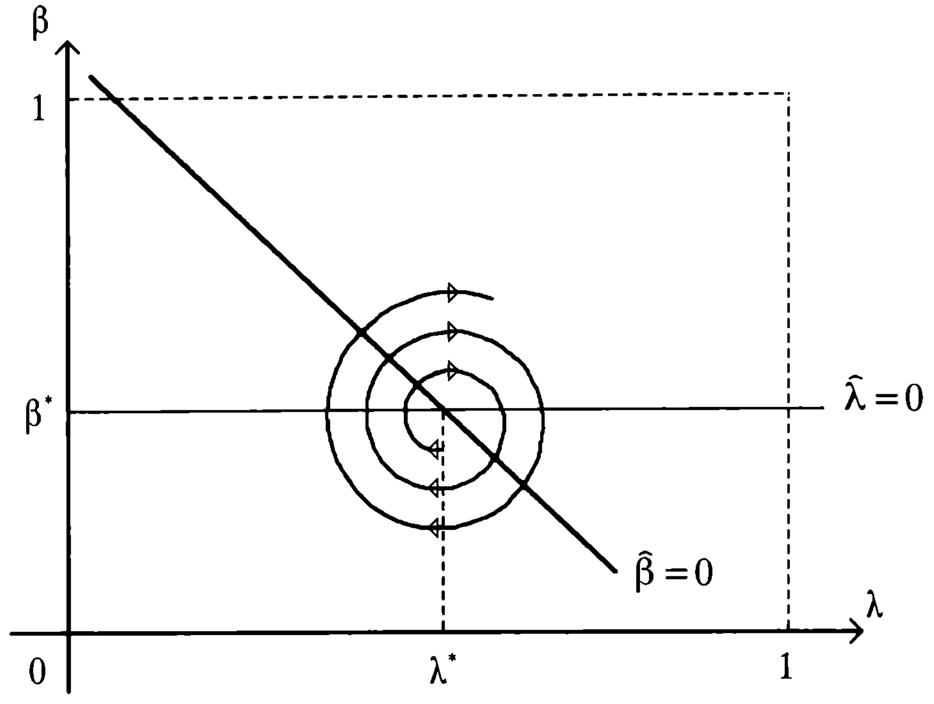
(i) $a_3 > 0$ τότε $f_{22} < 0$

τα πραγματικά μέρη των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης είναι **θετικά**. Συνεπώς η κίνηση γύρω από το στατικό σημείο (λ^*, β^*) είναι σπειροειδής φασική τροχιά και συγκλίνει στο στατικό σημείο. Κατά Lyapunov το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων χαρακτηρίζεται τόσο από ευστάθεια όσο και από ασυμπτωτική ευστάθεια.

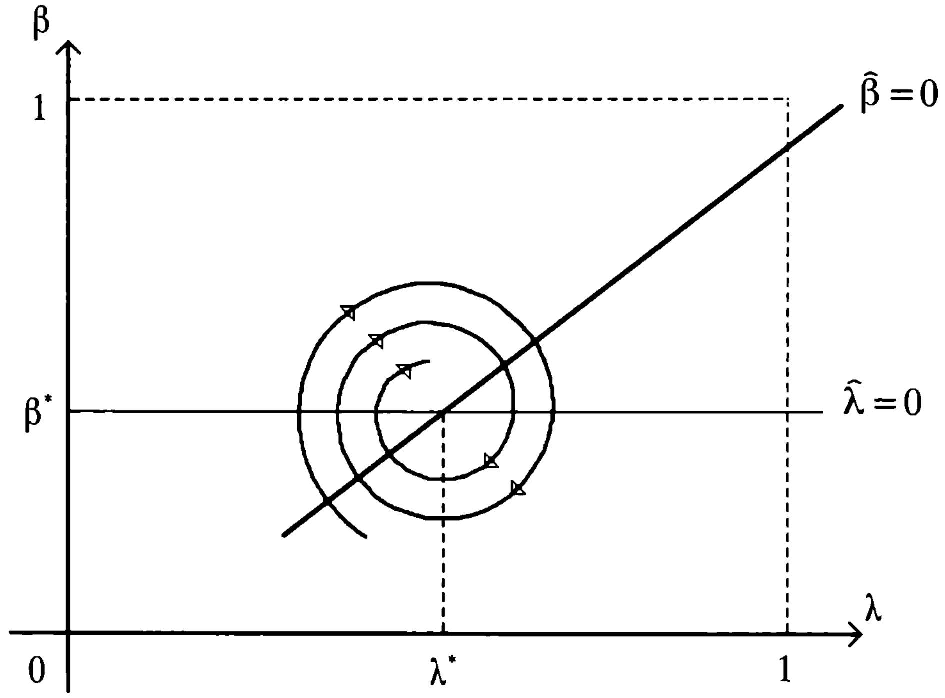
(ii) $a_3 < 0$ τότε $f_{22} > 0$

οι λύσεις της χαρακτηριστικής εξίσωσης στην περίπτωση αυτή έχουν πραγματικά αρνητικά μέρη και κατά συνέπεια χαρακτηρίζονται από αστάθεια. Σχηματίζουν σπειροειδείς φασικές τροχιές που αποκλίνουν και το σύστημα οδηγείται σε δομική αστάθεια και κατάρρευση.

Είναι προφανές ότι ο ρόλος των προσδοκιών, που κατά Lipsey εκφράζει ο συντελεστής a_3, και κυρίως η κατεύθυνσή τους, και όχι το μέγεθος του a_3 είναι ο καθοριστικός παράγοντας για την ευστάθεια ή αστάθεια του συστήματος.



Σχήμα 10α



Σχήμα 10β

Εάν οι προσδοκίες είναι αρνητικές στις διάφορες φάσεις του οικονομικού κύκλου, δηλαδή εάν οι θετικές (αρνητικές) μεταβολές της οικονομικής δραστηριότητας και ως εκ τούτου του βαθμού απασχόλησης, συνοδεύονται από προσδοκίες για πτώση της οικονομικής δραστηριότητας, $a_3 < 0$, τότε οι λανθασμένες προσδοκίες, και κατά συνέπεια οι λανθασμένες αποφάσεις των εργαζομένων για το πραγματικό ωρομίσθιο, όπως αυτό εκφράζεται με την (71), οδηγούν το σύστημα σε σωρευτική αστάθεια και κατάρρευση, δεδομένου ότι για κάθε θέση πέραν της (λ^*, β^*) το σύστημα αποκλίνει της θέσης ισορροπίας.

Στην αντίθετη περίπτωση, οι θετικές προσδοκίες των εργαζομένων όπως περιγράφονται από το θετικό πρόσημο του a_3 οδηγούν το σύστημα για οποιαδήποτε θέση εκτός της (λ^*, β^*) στην θέση ισορροπίας.

Πρέπει σε αυτό το σημείο να σημειωθεί ότι οι προσδοκίες ήταν η ερμηνεία του Phillips στα λεγόμενα «κυκλώματα» της καμπύλης Phillips στο σημείο του φυσικού βαθμού απασχόλησης (ή ανεργίας), δηλαδή στις κυκλικές τάσεις γύρω από τον φυσικό βαθμό απασχόλησης (ή ανεργίας) που παρουσιάζει η εμπειρική διερεύνηση της ανταλλακτικής σχέσης ανάμεσα στο βαθμό μεταβολής του ονομαστικού ωρομισθίου και του βαθμού απασχόλησης που πραγματοποίησαν οι Phillips, Lipsey κ.ά.

Θα εξετάσουμε στη συνέχεια την περίπτωση που η σχέση ανάμεσα στο βαθμό μεταβολής του πραγματικού ωρομισθίου και του βαθμού απασχόλησης περιγράφεται από την (72). Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων μετά από στοιχειώδεις πράξεις γράφεται

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \tag{11}$$

$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_2 \frac{1}{1-\beta} + a_3 \hat{\beta} \tag{72}$$

ή αφού αντικαταστήσουμε την $\hat{\beta}$ στην (72) με την (11) έχουμε:

$$\hat{\beta} = (1-\lambda)\sigma - (m+n) \tag{85}$$

$$\hat{\lambda} = -(a_1 + m) + a_3[\sigma - m - n] + a_2 \frac{1}{1-\beta} + a_3 \sigma \lambda \tag{86}$$

Η στατική λύση του συστήματος είναι για

$$\hat{\beta} = \hat{\lambda} = 0$$

$$\lambda^* = 1 - \frac{m-n}{\sigma} \tag{87}$$

$$\beta^*(\lambda) = 1 - \frac{a_2}{(a_1 + m) - a_3(\sigma - m - n) + a_3 \sigma \lambda} \tag{88}$$

Αντικαθιστώντας στην (88) το λ με το λ^* έχουμε:

$$\beta^*(\lambda^*) = 1 - \frac{a_2}{a_1 + m} \tag{89}$$

Για να έχει οικονομικό περιεχόμενο το σημείο ισορροπίας πρέπει να ισχύει

$$0 < \beta^*(\lambda^*) < 1 \qquad ή$$

$$1 > \frac{a_2}{a_1 + m} > 0$$

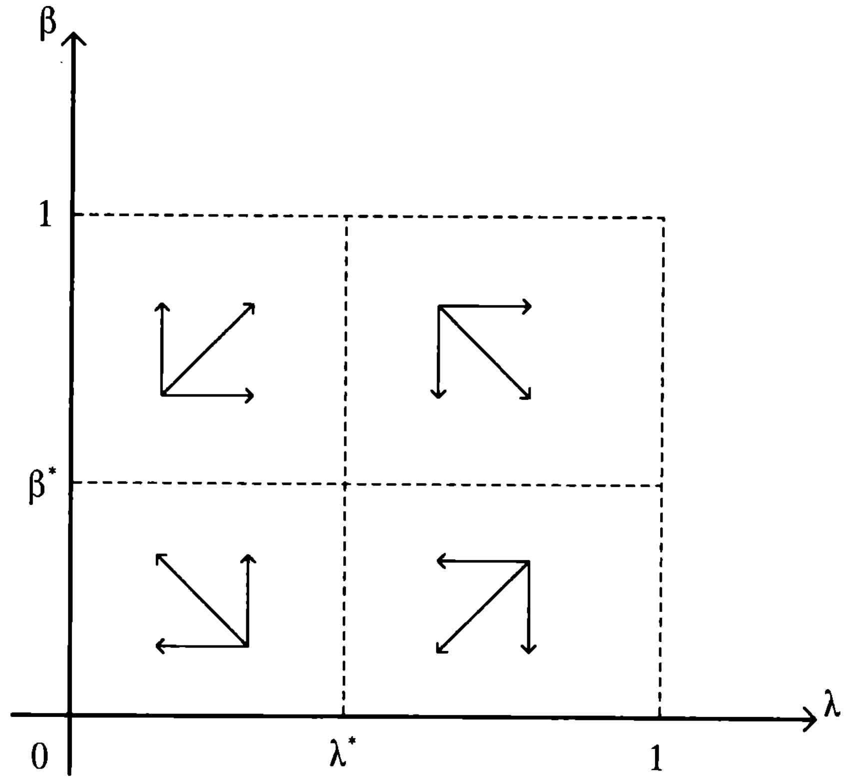
Για τα πρόσημα των μερικών παραγώγων της $\beta^*(\lambda)$ στο σημείο ισορροπίας ισχύει:

$$\operatorname{sign}\frac{d\beta^*}{d\lambda} = \operatorname{sign} a_3$$

$$\operatorname{sign}\frac{d^2\beta^*}{d\lambda^2} = -\operatorname{sign} a_3$$

Τα πρόσημα των $\hat{\lambda}, \hat{\beta}$ είναι

$$\operatorname{sign}\hat{\beta} = -\operatorname{sign}(\lambda - \lambda^*)$$
$$\operatorname{sign}\hat{\lambda} = \operatorname{sign}(\beta - \beta^*)$$



Σχήμα 11

Η μελέτη της ευστάθειας, για τους λόγους που έχουμε περιγράψει ανωτέρω, θα γίνει γύρω από το στατικό σημείο (0,0) με τους μετασχηματισμούς των μεταβλητών β, λ σε z_1, z_2 και x_1, x_2 αντίστοιχα

$$z_1 = \log\beta \qquad \dot{z}_1 = \hat{\beta}$$
$$z_2 = \log\lambda \qquad \dot{z}_2 = \hat{\lambda}$$

Συνεπώς

$$\dot{z}_1 = (\sigma - m - n) - \sigma e^{z_2} \tag{90}$$
$$\dot{z}_2 = -[(a_1 + m) - a_3(\sigma - m - n) + a_2 \frac{1}{1-e^{z_1}} - a\sigma e^{z_2} \tag{92}$$

Το στατικό σημείο είναι $(\dot{z}_1, \dot{z}_2)$ όπου

$$\dot{z}_1 = \log\beta^*(\lambda^*)$$
$$\dot{z}_2 = \log\lambda^*$$

Θέτοντας

$$z_1 - z_1^* = x_1 \qquad \dot{x}_1 = \dot{z}_1$$
$$z_2 - z_2^* = x_2 \qquad \dot{x}_2 = \dot{z}_2$$

$$\dot{x}_1 = \sigma - (m + n) - \sigma\lambda^* e^{x_2} = f_1(x_1, x_2) \tag{92}$$
$$\dot{x}_2 = -[(a_1 + m) - a_3(\sigma - m - n) + a_2 \frac{1}{1-\beta^* e^{x_1}} - a_3\sigma\lambda^* e^{x_2} = f_2(x_1, x_2) \tag{93}$$

Τα πρόσημα των μερικών παραγώγων της ορίζουσας του Jacob στο στατικό σημείο (0,0) είναι

$$f_{11} = 0, \quad f_{12} = -\sigma\lambda^* < 0$$
$$f_{21} = \frac{\beta^*}{(1-\beta^*)^2} > 0, \quad f_{22} = -a_3\sigma\lambda^*$$

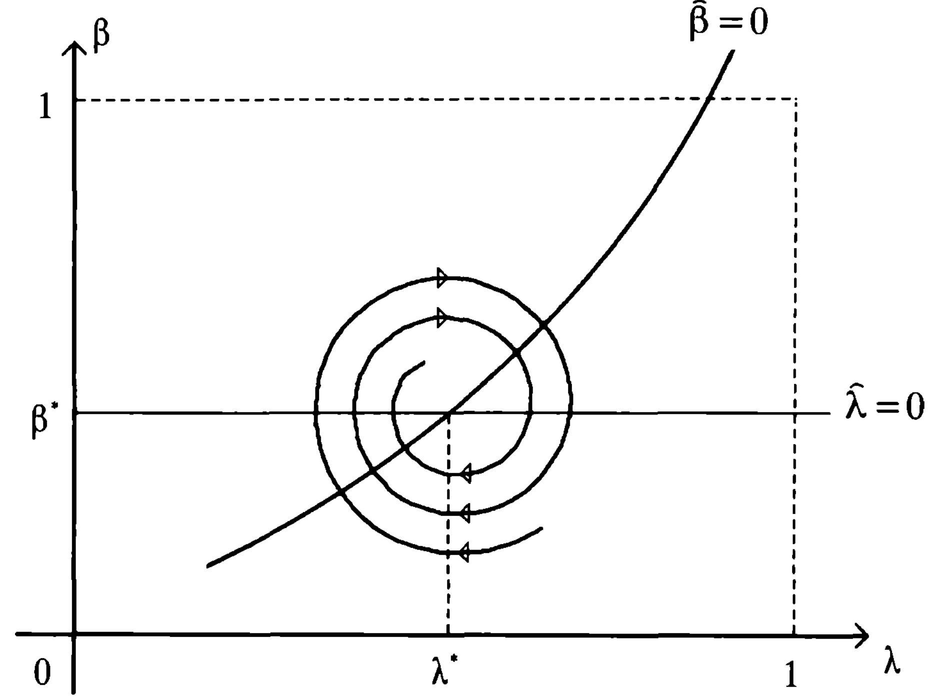
και η ορίζουσα Jacob των προσήμων γράφεται

$$\text{sign}J = \begin{pmatrix} 0 & - \\ + & ? \end{pmatrix}$$

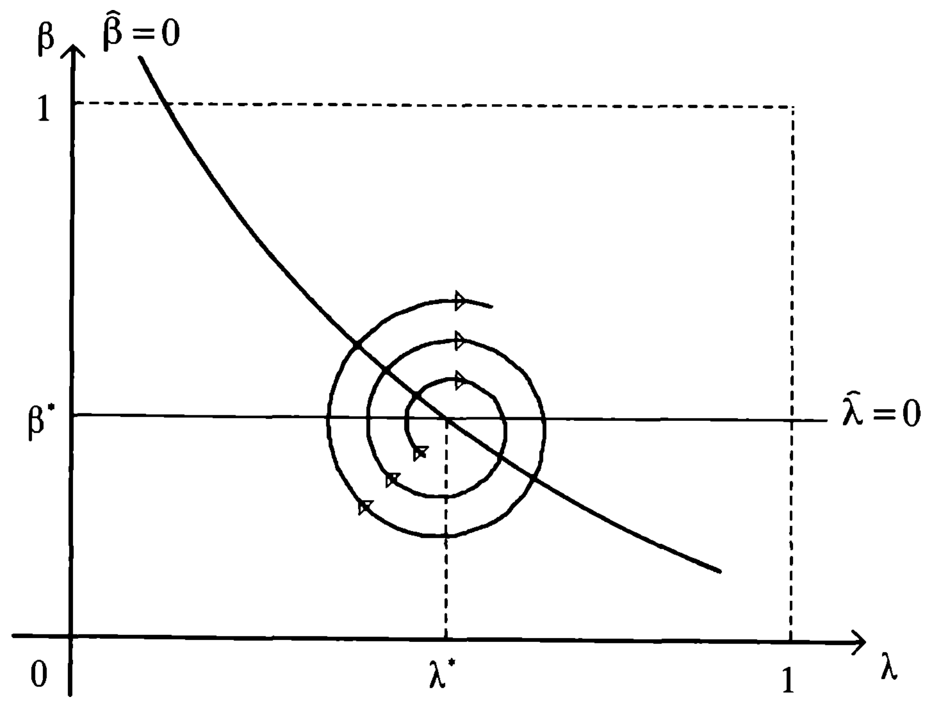
Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις όπως και προηγουμένως:

(i) $a_3 > 0$. Τότε όπως και στην περίπτωση (i) της εξίσωσης (71) τα πραγματικά μέρη των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης είναι θετικά και το σύστημα συγκλίνει στη θέση ισορροπίας κινούμενο σε σπειροειδείς τροχιές, σε περίπτωση που βρεθεί σε κάποιο σημείο (β, λ) πέραν της θέσης ισορροπίας (β^*, λ^*).

(ii) $a_3 < 0$. Και στην περίπτωση της (72) όπως και στην (71) το σύστημα αποκλίνει από τη θέση ισορροπίας κινούμενο σε σπειροειδείς τροχιές εάν απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας (β^*, λ^*). Όπως και στην περίπτωση της (71) το σύστημα οδηγείται σε δομική αστάθεια και κατάρρευση.



Σχήμα 12α



Σχήμα 12β

Οι περιπτώσεις (i) και (ii) είναι όμοιες με τις αντίστοιχες περιπτώσεις (i) και (ii) της εξίσωσης (71). Είναι προφανές ότι ο ρόλος των προσδοκιών έχει τεράστια σημασία στην σταθερότητα του συστήματος.

Παράρτημα I
Ονομαστικά μεγέθη και αρνητικές προσδοκίες στο μοντέλο Goodwin

Στο παρόν τμήμα θα εξετάσουμε την επίδραση των αρνητικών προσδοκιών στην ευστάθεια του συστήματος υπό την προϋπόθεση ότι το ωρομίσθιο w είναι ονομαστικό όπως και στο μέρος (IV). Η εξίσωση (6) αντικαθίσταται από την παρακάτω εξίσωση

$$\hat{w} = -a_1 + a_2\beta + \eta\hat{p} + a_3\hat{\beta} \qquad (94)$$

στην οποία πλην των ονομαστικών μεγεθών έχει προστεθεί ad hoc και το $a_3\hat{\beta}$. Ο συντελεστής η είναι ίδιος με αυτόν του τμήματος (IV) και παίρνει τιμές στο διάστημα (0,1).

Στο σημείο αυτό δεν είναι αναγκαίο να επαναλάβουμε την ανάλυση του τμήματος (IV), δεδομένου ότι οι εξισώσεις (66) και η κάτωθι εξίσωση που περιγράφει τις μεταβολές του $\hat{\lambda}$ διαφέρουν μόνον στον παράγοντα $a_3\hat{\beta}$. Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων γράφεται

$$\hat{\beta} = [\sigma-(m+n)] - \sigma\lambda \qquad (11)$$

$$\hat{\lambda} = -(a_1+m) + a_2\beta + (1-n)\left(1-\frac{1-\sigma\pi}{1+\pi}\lambda\right)\mu + a_3\hat{\beta} \qquad (95)$$

ή μετά από στοιχειώδεις πράξεις

$$\hat{\beta} = [\sigma-(m+n)] - \sigma\lambda \qquad (11)$$

$$\begin{aligned}\hat{\lambda} &= -[(a_1+m)-(1-\eta)\mu - a_3(\sigma-m-n)] + \\ &\quad + a_2\beta - [a_3\sigma + (1-\eta)\mu\frac{1-\sigma\pi}{1+\pi}]\lambda\end{aligned} \qquad (96)$$

Η στατική λύση του συστήματος είναι:

για $\dot{\beta} = \dot{\lambda} = 0$

$$\lambda^* = 1 - \frac{m+n}{\sigma}$$

$$\beta^*(\lambda^*) = \frac{a_1+m}{a_2}$$

Ισχύει, προφανώς, ότι

$$\operatorname{sign}\dot{\beta} = \operatorname{sign}(\lambda^* - \lambda)$$

$$\operatorname{sign}\dot{\lambda} = \operatorname{sign}(\beta - \beta^*)$$

Η κίνηση είναι όπως αναμενόταν κυκλική γύρω από το στατικό σημείο (β^*, λ^*).

Από την ανάλυση των προηγούμενων περιπτώσεων είναι προφανές ότι ισχύουν τα κάτωθι:

(1) Για $a_3\sigma + (1-\eta)\mu\dfrac{1-\sigma\pi}{1+\pi} = 0$, το σύστημα διαγράφει κλειστές τροχιές όπως στο αρχικό μοντέλο Goodwin.

(2) Για $a_3\sigma + (1-\eta)\mu\dfrac{1-\sigma\pi}{1+\pi} > 0$, το σύστημα κινείται σπειροειδώς προς το σημείο ισορροπίας στο οποίο και συγκλίνει.

(3) Για $a_3\sigma + (1-\eta)\mu\dfrac{1-\sigma\pi}{1+\pi} < 0$, το σύστημα αποκλίνει, κινούμενο σε σπειροειδείς τροχιές, από το σημείο ισορροπίας. Η περίπτωση αυτή χαρακτηρίζεται από δομική αστάθεια του συστήματος το οποίο οδηγείται σε κατάρρευση.

Είναι προφανές ότι η money-illusion εάν συνδυαστεί με *αρνητικές προσδοκίες* των εργαζομένων, όπως αυτές εκφράζονται με τον συντελεστή a_3, για την σχέση ανάμεσα στον ρυθμό μεταβολής του ονομαστικού ωρομισθίου και τον ρυθμό μεταβολής του βαθμού απασχόλησης, μπορεί να οδηγήσει το σύστημα σε ισορροπία ή σε οικονομικό κύκλο με σταθερή περιοδικότητα. Αυτό εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων a_3, σ, η, μ και π και το πρόσημο της σχέσης $a_3\sigma + (1-\eta)\mu\dfrac{1-\sigma\pi}{1+\pi}$.

VI. Αντί Επιλόγου

Η παρουσίαση των μοντέλων ερμηνείας της καπιταλιστικής κρίσης με βάση την θεωρία της υπερσυσσώρευσης έγινε με σκοπό την απόδειξη της «λογικής» και μαθηματικής συνοχής της θεωρίας αυτής και ταυτόχρονα την απόδειξη της υπεροχής της θεωρίας αυτής απέναντι στα θεωρητικά σχήματα της υπερπαραγωγής / υποκατανάλωσης και την θεωρητική κατασκευή πολλαπλασιαστή / επιταχυντή.

Το θεωρητικό σχήμα της υποκαταναλωτικής / υπερπαραγωγικής ερμηνείας της κρίσης συζητήθηκε λεπτομερειακά στο ΙΙΙ) όπου και παρουσιάστηκε η αδυναμία του να ερμηνεύσει κυκλικές διακυμάνσεις των βασικών μεγεθών, αλλά μόνο «σωρευτικές» μεταβολές που οδηγούν είτε στην ισορροπία είτε κατά κύριο λόγο στην κατάρρευση. Αυτό που πρέπει να σχολιαστεί στο σημείο αυτό είναι οι αυταπάτες ορισμένων αριστερών οικονομολόγων ότι η «κρίση» δύναται να ξεπεραστεί με την αύξηση της μερίδας των μισθών. Οι απόψεις αυτές συνοδεύονται πάντα από τη θέση ότι η «συνολική ροπή για δαπάνη» $1 - s_p + c_2$ των καπιταλιστών και κυρίως η αυτόνομη ροπή για επένδυση c_2 είναι ασήμαντο ως ανύπαρκτο μέγεθος. Στην πραγματικότητα υπάρχει μια αντίφαση ανάμεσα στις δύο παραπάνω προτάσεις γιατί η υποκαταναλωτική θέση για την οικονομική κρίση όπως αυτή παρουσιάστηκε στο μοντέλο μας υποθέτει ότι η ροπή για «δαπάνη» των καπιταλιστών είναι μεγαλύτερη της μονάδας, ή τέλος μεγαλύτερη από αυτή την εργατών $(1 - s_w)$, για τη σύζευξη της υποκαταναλωτικής / υπερπαραγωγικής θέσης με την θεωρία υπερσυσσώρευσης. Αν παρά ταύτα δεχτούμε και αυτή την υπόθεση για την ροπή για δαπάνη των καπιταλιστών είναι αναμφίβολο εάν η αύξηση της μερίδας των μισθών συνδυάζεται με ευεργετικά αποτελέσματα για τον βαθμό απασχόλησης. Έτσι η αύξηση της μερίδας των μισθών δεν έχει να κάνει με το ξεπέρασμα της κρίσης, αλλά μόνο με την μείωση κάποιων από τα δυσάρεστα αποτελέσματα της κρίσης για την εργατική τάξη, και κυρίως ως αναφορά το ύψος του ονομαστικού (πραγματικού) ωρομίσθιου και όχι του βαθμού απασχόλησης ο οποίος δύναται και σε αυτή την περίπτωση να μειώνεται.

Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η κρατική δημοσιονομική πολιτική όπως αυτή προσδιορίζεται στα εγχειρίδια μακροοικονομικής θεωρίας, δηλαδή ως ένα *αυτόνομο* μέγεθος, τμήμα των επενδύσεων δεν επηρεάζει τα μοντέλα του τμήματος ΙΙ και του τμήματος ΙΙΙ γιατί είναι αδιάφορο ποιοι επενδύουν, αλλά αυτό που ενδιαφέρει είναι το ότι επενδύουν.

Η μονεταριστική πολιτική παραμένει στο σημείο αυτό ένα ανοικτό ερώτημα που ξεπερνά τα όρια της ανά χείρας εργασίας.

Τα μοντέλα του μη γραμμικού επιταχυντή / πολλαπλασιαστή, τα οποία δεν παρουσιάστηκαν στο ανά χείρας άρθρο, από την άλλη πλευρά παρουσιάζουν ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό που συγκινεί βαθύτατα όσους από τους οικονομολόγους θεωρούν ή μεταχειρίζονται την οικονομική επιστήμη ως κλάδο της φυσικής.

Ο λόγος είναι ότι δίνουν μια ιδιαίτερη ερμηνεία στον οικονομικό κύκλο που χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι ο οικονομικός κύκλος είναι δεδομένος και σταθερός και ανεξάρτητος των αρχικών συνθηκών, δηλαδή τα βασικά οικονομικά μεγέθη, ή τουλάχιστον τα μεταβλητά, κινούνται σε ένα σταθερό κύκλο και εάν απομακρυνθούν από αυτόν επιστρέφουν πάντα σε αυτόν, ανεξάρτητα από το πόσο απομακρύνθηκαν[25]. Το δανεισμένο από την θεωρία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων μοντέλο αυτό έχει ένα χαρακτηριστικό που το κάνει υποδεέστερο των

25. Πρέπει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι ιδιαίτερη σημασία έχει όχι ποιος επενδύει αλλά σε τι είδους δαπάνες επενδύει. Η διόγκωση των μη αναπαραγωγικών δαπανών είτε προέρχεται από τον ιδιωτικό (καπιταλιστικό) τομέα είτε από τον δημόσιο μπορεί να οδηγήσει το σύστημα σε κρίση αναπαραγωγής. Το παρόν μοντέλο δεν περιλαμβάνει μη αναπαραγωγικά αγαθά οπότε αδυνατεί να περιγράψει μια τέτοια κρίση αναπαραγωγής.

μοντέλων που αναλύσαμε. Παγιώνει εκ των προτέρων την κατανομή του εισοδήματος στις διάφορες φάσεις του οικονομικού κύκλου, δηλαδή απορρίπτει εκ των προτέρων σε κάθε μορφή της τη συζήτηση για τις επιπτώσεις της οικονομικής συγκυρίας στην κατανομή, ή και αν εν τέλει κάνει αυτή την συζήτηση την κάνει εκτός των ορίων του μοντέλου, άρα αυθαίρετα.

Βιβλιογραφία

1. Frisch, H. (1980), *Die Neue Inflationstheorie,* Göttingen.
2. Georgeskou - Roegen, N. (1966), *Analytical Economics,* Harvard.
3. Goodwin, R.M. (1982) *Essays on Economic Dynamics,* London.
4. Goodwin, R.M., (1983), «A note on wages, profits and fluctuating economic growth» in *Cambridge Journal of Economics,* Vol. 7, pp. 305-309.
5. Goodwin, R.M. (1989), *Essays in Non-linear Economics,* Frankfurt a.M.
6. Glombowski, J. (1979), «Ein überakkumulationstheoretisches Modell zyklisches Wachstums mit variabler Kapazitätsauslastung» in *Argument-Sonderband,* AS 35, S. 135-148, Berlin.
7. Kaldor, N. (1960), *Essays on Economic Theory,* London.
8. Marx, K. (1867), *Das Kapital* Bd. I, Hamburg, ανάτυπο της πρώτης έκδοσης, (1988), Düsseldorf. Ενότητα 6η και επίσης Marx, K. (1962), Das Kapital BdI., 3η έκδοση, Berlin, Κεφάλαιο 23.
9. Lefschetz, S. (1977), *Differential Equations: Geometric Theory,* N.Y.
10. Nemytskii / Stepanov (1956), *Qualitative Theory of Differential Equations,* Princeton.
11. Nikaido, H. (1968), *Convex Structures and Economic Theory,* N.Y.
12. Pasinetti, L. (1974), *Growth and Income Distribution,* Cambridge.
13. Saaty / Bram, (1964), *Non Linear Mathematics,* N.Y.
14. Trevithick / Mulvey (1976), *The Economics of Inflation,* London.
15. Verhulst, F. (1989), *Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems,* Berlin and N.Y.
16. Voltera (1931), *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie,* Paris.
17. Wolfstetter, E. (1974), *Wert, Profitrate und Beschäftigung. Aspekte der Klassischen und Marxschen Theorie.* Frankfurt a.M.