

Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΒΑΣΙΣ ΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΒΑΡΟΜΕΤΡΩΝ

ὑπὸ

Κ. ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΗ

Κατὰ τὸν Pietri—Tonelli.¹ «ἡ ἐπὶ τῆς Γῆς ζωὴ χαρακτηρίζεται ὑπὸ ρυθμῶν μήκους καὶ συνθέσεως διαφόρων, ἐπαναλαμβανομένων μετὰ ὁμοιότητος μᾶλλον ἢ ἥττον τελείας καὶ σπανίως ταύτιζομένων τῶν μὲν πρὸς τοὺς δέ. Τὰ ἀστρονομικὰ φαινόμενα ἐπιβάλλουσι τοὺς ρυθμοὺς αὐτῶν εἰς τὰ μετεωρολογικὰ τοιαῦτα, ἅτινα πάλιν ἐπιθέτουσι ρυθμὸν τινὰ ἐπὶ τῆς γεωργικῆς, οἰκονομικῆς καὶ κοινωνικῆς ζωῆς Ὁ Ἄνθρωπος διὰ τῆς δραστηριότητος αὐτοῦ καὶ τῶν αἰσθημάτων τούτου, τῶν ἐλάχιστα μεταβλητῶν, ἢ ὑφίσταται τινὰς τῶν ρυθμῶν τούτων ἢ τούναντίον τροποποιεῖ αὐτοὺς διὰ τῆς προόδου του, κυριαρχῶν τέλος αὐτῶν. Τὰ ἀνωτέρω παρατηροῦνται μεθ' ἧς κανονικότητος ἡ ἡμέρα ἐναλλάσσεται τῆς νυκτὸς καὶ αἱ ἐποχαὶ διαδέχονται ἀλλήλας μετὰ ἥττονος, εἶναι ἀληθές, κανονικότητος καὶ μετὰ εὐρυτέρων κύκλων. Τὸ φῶς, ἡ θερμοκρασία, ἡ βαρομετρικὴ πίεσις, ἡ ὑγρασία κλπ. μεταλλάσσουσιν, αἱ παλίρροιαὶ ἐναλλάσσονται, ἡ στάθμη τῶν ποταμῶν καὶ ἡ ἐνέργεια τῶν παγετώνων μεταβάλλονται ἐπίσης, ἡ ζωὴ τῶν φυτῶν, τῶν ζώων καὶ τοῦ ἀνθρώπου μεταβάλλονται ὡσαύτως κατὰ τοὺς κύκλους αὐτῶν καὶ γενικώτερον εἰπεῖν τὰ πάντα ἐν τῇ καθολικωτέρᾳ ἐννοίᾳ κέκτνται κινήσεως μᾶλλον ἢ ἥττον περιοδικῆς.

Ἡ πρόβλεψις τῆς ἐναλλαγῆς τῶν κυμάνσεων τῆς οἰκονομικῆς καὶ συνεπῶς τῆς κοινωνικῆς ζωῆς συνιστᾷ τὴν πρωτεύουσαν ἀξίαν τῶν κληθέντων οἰκ. βαρομέτρων. Ὑπὸ ἔποψιν πρακτικὴν ἡ ὠφέλεια τῆς γνώσεως τῶν ρυθμῶν τῆς οἰκ. ζωῆς καὶ τῆς προβλέψεως αὐτῶν ἐνέχει σημασίαν μεγίστην, διότι δὲν πρέπει νὰ παρορᾶται ἡ ἐννοια τούτων διὰ τὴν ἐργατικὴν κίνησιν, τὴν ἀνεργίαν, τὴν βιομηχανικὴν ἢ τραπεζικὴν ὀργάνωσιν, αὐτὰς ταύτας τὰς ἐπαναστάσεις καὶ τοὺς πολέμους... Κατ' ἀκολουθίαν ἡ γνῶσις τῶν ἐκάστοτε ρυθμῶν εἶναι λυσιτελής, οὐ μόνον εἰς τοὺς κερδοσκόπους ἀλλὰ καὶ εἰς τοὺς παραγωγούς, ἐμπόρους, τραπεζίτας, εἰσοδηματίας κλπ., ἵνα ἀποφύ-

1) *Traité d' Economie Politique Rationnelle*. Γαλ. μετάφρ. Giard σελ. 587.

γωσι πολυάριθμα σφάλματα, κατὰ μείζονα δὲ λόγον εἰς τοὺς πολιτικούς, διότι ἡ ἀπαλοιοφὴ μεγάλης σειρᾶς μικρῶν οἰκ. σφαλμάτων ὡς καὶ τινων πολιτικῶν δύναται τὰ μέγιστα νὰ συντελέσῃ διὰ τὴν ἐξύψωσιν τῆς γενικῆς στάθμης τοῦ εὖ ζῆν».

Γεννᾶται ὅμως τὸ ἐρώτημα, εἰς τί δύναται νὰ ὠφελήσῃ ἡ πρόβλεψις τῶν ρυθμῶν τῆς οἰκ. ζωῆς, ἐφ' ὅσον τὰ δεδομένα ταύτης ἐλάχιστα συντελοῦσιν εἰς τὸν περιορισμὸν ἢ τὴν ἀμβλυνσιν τῶν ἐκ τούτων δυσμενῶν ἀποτελεσμάτων διὰ τὸ κοινωνικὸν σύνολον. Ἡ ἀπάντησις ἐπὶ τοῦ ἄνω ἐρωτήματος, εὐλόγου ἄλλως τε, δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς: ὅτι αἱ ἄχρι τοῦδε θεωρητικαὶ ἔρευναι παρέσχον ἄξια λόγου συμπεράσματα, διότι κατέδειξαν ὅτι αἱ κ ρ ί σ ε ι ς συνέχονται πρὸς τινὰς προόδους τῆς παραγωγῆς, ἥς εἶναι ἡ κυριαρχοῦσα χαρακτηριστικὴ μορφή ἔτι δὲ καὶ στοιχεῖον ὀργανικόν. Δέον δὲ νὰ προστεθῇ ὅτι ἀναπαράγονται κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἄρκετὰ κανονικά, ὥστε νὰ ᾗ ἐφικτὴ ἡ π ο ι ο τ ι κ ῆ τ ο ὔ τ ω ν δ ι α σ κ ό π η σ ι ς. Αἱ κρίσεις ὅθεν δὲν εἶναι ἐπεισόδια μεμονωμένα, μᾶλλον ἢ ἥττον κανονικά, τῆς οἰκ. ζωῆς, τούναντίον ἀπαρτίζουσι μέρος συνόλου τινὸς κληθέντος «Ο ἰ κ ο ν ο μ ι κ ὸ ς κ ῦ κ λ ο ς», ὅπερ κατὰ τὸν Lacombe δύναται νὰ ὀρισθῇ ὡς «Διαδοχὴ διαφόρων καταστάσεων ὡς πρὸς τινὰ μέσον, διασχίζουσα συναρτήσῃ τοῦ χρόνου τὸν οἰκ. ὀργανισμὸν πρὶν ἢ εὐρεθῇ ἐν τῇ αὐτῇ θέσει, ἣν κατεῖχε κατὰ τινὰ στιγμὴν ὠρισμένην ληφθεῖσαν ὡς ἀρχὴν τοῦ κύκλου». Οὕτως ὥστε ἂν ἡ οἰκ. κατάστασις παρασταθῇ (ἂν εἶναι δυνατόν νὰ γίνῃ τοῦτο) διὰ τινος ἀ ρ ι θ μ ο δ ε ῖ κ τ ο υ, οὗτος θὰ σύγκειται τὸ μὲν ἐκ τῶν εὐνοϊκῶν συμπτωμάτων, ὡς ἡ ἔντασις τῆς παραγωγῆς καὶ τῶν μεταφορῶν, τῶν τιμῶν, τῶν τραπεζικῶν συναλλαγῶν, τῶν τιμῶν τοῦ χρηματιστηρίου, λαμβανομένων θετικῶς, τὸ δὲ ἐκ τῶν δυσμενῶν συμπτωμάτων ἀρνητικῶς λαμβανομένων, ὡς αἱ πτωχεύσεις, ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀνέργων... Ἐὰν νῦν ὡς τετμημένη ληφθῇ ὁ χρόνος καὶ ὡς τεταγμένη τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν διαδοχικῶν τοῦ ἀριθμοδείκτου τιμῶν, θὰ ἐπιτευχθῇ ἡ γραφικὴ τοῦ οἰκ. κύκλου ἀναπαράστασις.

Κατὰ τὸν Jordan ὁ οἰκ. κύκλος ὀρίζεται ὡς περιλαμβάνων τὰς τέσσαρας ἐπομένας χαρακτηριστικὰς φάσεις (τετραφασικὴ κατάταξις).

1ον. Φάσις εὐδαιμονίας ἢ ἐξάρσεως: ὕψωσις τιμῶν, αὔξησις ἐντάσεως παραγωγῆς, minimum ἀνεργίας.

2ον. Φάσις πτωτικῆς τιμῶν: πτώσις τιμῶν, αἰσθητοτέρα ἰδίᾳ εἰς τὰς βαρείας βιομηχανίας καὶ δὴ εἰς τὰς μεταλλουργικάς, ἐπιβράδυνσις τῆς παραγωγῆς, αὔξησις ἀριθμοῦ πτωχεύσεων, ἀνέργων,.....

3ον. Φάσις κ α τ α θ λ ι ψ ε ω ς: ἡ στάθμη τῶν τιμῶν εἶναι ἥττον χαρακτηριστικὴ τῶν δύο προηγουμένων φάσεων.

4ον. Φάσις ἄ ν α κ ύ ψ ε ω ς: αὔξεις τιμῶν, ἀναζωπύρσεις βιομηχανικῆς ἐντάσεως, αὔξεις τραπεζικῶν ἐργασιῶν, μείωσις ἀνεργίας...

Ἡ ἄνω ὁμως κατάταξις εἶναι μᾶλλον αὐθαίρετος, διότι δύο μόνον φάσεις, αἱ τῆς ἐξάρσεως καὶ τῆς πτώσεως, διαφορίζονται ἐπακριβῶς τῶν δύο ἄλλων, αἵτινες ἐν ἀντιθέσει πρὸς ταύτας εἶναι μᾶλλον ἀόριστοι καὶ συγκεχυμένοι, ἐν τισιν, μεταξὺ αὐτῶν τὸ μὲν, τὸ δὲ καὶ ἐν σχέσει πρὸς τὴν δευτέραν.

Ὁ Juglar ὁμως καθορίζει ἀντιθέτως τριμερῇ τὴν διαίρεσιν τοῦ οἰκ. κύκλου, διακρίνων (τριφασικὴ κατάταξις):

1ον. Περίοδον ἐξάρσεως.

2ον. Περίοδον ὀξύτητος ἢ κρίσεως.

3ον. Περίοδον ἐκκαθαρίσεως.

Κατὰ τοῦτον ἡ κρίσις ἄρχεται ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἀνακάμψεως¹ τῶν τιμῶν, δηλ. ἀφ' ἧς ἄρχεται σημειουμένη ἡ ἔλλειψις ληπτῶρων. Ὡς εἰκὸς ὁμως ὁ ὀρισμὸς τῆς κρίσεως δὲν εἶναι ἀπολύτως ἐναργῆς καὶ ἀκριβής, καθ' ὅσον εἶναι συνάρτησις τοῦ οἰκ. κύκλου, περὶ οὗ ὑφίστανται διϊστάμενάι ἀπόψεις ὡς ἐκ τῆς ἀποδιδομένης, ὑπὸ τινων, εἰς τούτους κτάσεων (χρονικῆς διάρκειας) χαρακτηριζομένων ὑπὸ βιαιοτάτων ἐκδηλώσεων τοῦ φαινομένου τῆς ἀνακάμψεως τῶν τιμῶν, ὑπ' ἄλλων δέ, μὴ ἀποδιδόντων σημασίαν εἰς τὰς ὡς εἴρηται ἐκδηλώσεις, ἄλλ' ἀπλῶς τοῦ κριτηρίου τοῦ Juglar ἐχομένων, ὅτε κατ' ἀκολουθίαν ἡ διάρκεια τῶν κύκλων εἶναι κατὰ πολὺ βραχυτέρα καὶ ἐστερημένη τῶν βιαιῶν ἐκδηλώσεων τῆς πτώσεως τῶν τιμῶν.

Ἡ ἐννοια τοῦ τετραφασικοῦ ἢ πενταφασικοῦ κύκλου (ὑφεις, ἀνάκυψις, εὐδαιμονία, ἔντασις, κρίσις ἢ πτῶσις, α' ἄνοδος, β' ἄνοδος, ὑπερέντασις, ἔλλειψις κεφαλαίων ἢ ὑφεις, εὐδαιμονία, ἔντασις, κρίσις κλπ.) ὑπὸ ἔποψιν προβλέψεως παρουσιάζει μέγα ἐνδιαφέρον, διότι ἐπιτρέπει τὴν πρόβλεψιν κρίσεων ἥττονος διαφέροντος καὶ συνεπῶς ἡ θεώρησις διχρόνων οἰκ. κύκλων, μετὰ παρεμβολῆς τῆς κρίσεως κατὰ τὴν ἄποψιν τοῦ Juglar, εὐκολύνει τὴν σπουδὴν, διότι θεωρεῖται ἡ οἰκ. ζωὴ ὡς ὑποκειμένη εἰς τὸν ρυθμὸν ἄ ν θ η σ ι ς κ α τ α θ λ ι ψ ι ς, τῆς ἐκ τῆς πρώτης εἰς τὴν δευτέραν μεταβάσεως σημειουμένης ὑπὸ τῆς κρίσεως, ἧς τὸ μοναδικὸν χαρακτηριστικὸν εἶναι ἡ μᾶλλον ἢ ἥττον ἀπότομος τῶν τιμῶν πτῶσις.

Πρὶν ὁμως προβῶμεν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν τεχνικῶν μεθόδων τῆς κατασκευῆς τῶν οἰκ. βαρομέτρων, θεωροῦμεν ἐπάναγκες νὰ καθ-

1. Κατὰ τὴν μαθηματικὴν ἐννοιαν τοῦ ὅρου «Ἀνάκαμψις».

ορίσωμεν τί διὰ τοῦ ὅρου οἰκονομικαὶ κρίσεις νοοῦμεν.

Ἴνα ὅθεν ὑφίστανται οἰκ. κρίσεις δέον αὗται νὰ πληρῶσι τὰς δύο ἀκολουθούς ἱκανὰς καὶ ἀναγκαίας συνθήκας, ἦτοι:

1ον Νὰ ᾧσι Γενικαὶ ἐν τῇ εὐρυτέρᾳ ἐννοίᾳ δηλ. νὰ πλήττωσιν τὴν ὁλότητα τῶν κλάδων τῆς καθόλου Ἐθνικῆς Οἰκονομίας, κατὰ διαφέρουσιν, ἀπὸ τινος εἰς ἄλλον κλάδον, ἔντασιν καὶ μετὰ τινος χρονικῆς ἐπιβραδύνσεως. Ἡ γενικότης δέον νὰ ἐπεκτείνεται οὐ μόνον εἰς τινὰς χώρας ἀλλὰ καὶ εἰς ἐκείνας, αἵτινες διὰ τῆς ἐξελίξεως ἐξίκοντο εἰς τὸ στάδιον τῆς κεφαλαιοκρατικῆς ὁργανώσεως καὶ παραγωγῆς μετὰ διαφορᾶς τινος ὅσον ἀφορᾷ τὴν ὀξύτητα τῶν συμπτωμάτων καὶ τινος ἐπιβραδύνσεως διὰ τὸν χρόνον.

2ον Νὰ ᾧσι περιοδικαί, τοὔτέστι νὰ ἐπαναλαμβάνωνται συστηματικῶς ἀπὸ τινος χρόνου εἰς ἄλλον.

Ἡ ἐννοια τῆς περιοδικότητος, ὅσον ἀφορᾷ τοὺς οἰκ. κύκλους, δὲν ἔχει τὴν στενὴν σημασίαν, ὑφ' ἣν ἀπαντᾷ εἰς τὰ Μαθηματικά, ἀλλὰ μᾶλλον γενικωτέραν, δεδομένου ὅτι τὸ πλάτος τῆς περιόδου εἶναι μεταβλητὸν ἀπὸ τινος κύκλου εἰς ἄλλον, κυμαινόμενον μεταξὺ ὀρίων μᾶλλον ἢ ἥττον εὐρέων.

II. ΕΚΛΟΓΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Τὰς οἰκ. στατιστικὰς σειράς, λόγῳ τοῦ ἄκρως πολυσυνθέτου αὐτῶν, δὲν δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν ὡς αὗται παρέχονται ὑπὸ τῆς Στατιστικῆς ὑποτυπώσεως, δι' ὃ καὶ ἀποσυνθέτομεν ἢ ἀναλύομεν ταύτας κατὰ τὰ ἀπλᾶ αὐτῶν στοιχεῖα καὶ τοῦτο πρὸς καθορισμὸν ἐκάστης στοιχειώδους συνιστώσης. Ἐν τῇ ἀναλύσει ἐκάστης οἰκ. στατιστικῆς σειρᾶς τὸν μεγαλύτερον ρόλον διαδραματίζει τὸ στοιχεῖον τοῦ χρόνου, καθ' ὅσον συναρτήσῃ τούτου ἐκτυλίσσεται ὁ κύκλος, οὔτινος ἢ περιόδος κυμαίνεται μεταξὺ 6 μέχρις 11 ἐτῶν.

Κατὰ τὸν Kitchen αἱ κυκλικαὶ κινήσεις τῶν οἰκ. παραγόντων, ἐφ' ὅσον πρόκειται περὶ τιμῶν ἢ ποσοτήτων προϊόντων, εἶναι διφυεῖς διακρινόμεναι εἰς

1ον) ἐλάσσονας ἢ βραχεῖς κύκλους (minors cycles) μέσης περιόδου 3 1)2 ἐτῶν,

2ον) μείζονας ἢ ἐμπορικοὺς κύκλους (majors cycles) μέσης διαρκείας ἴσης πρὸς τὸ ἄθροισμα δύο ἢ καὶ τριῶν βραχέων κύκλων.

Διὰ τοῦτο ὁ ἀριθμὸς τῶν στατιστικῶν σειρῶν, ἃς ἀρχῇθεν ἡ Ἐπιτροπεία τῆς Harvard ἐθεώρησεν, ὑπερέβαινον τὰς 50 περιορισθεῖσαι ἀκολουθῶς εἰς τὰς ἐπομένας:

ΟΜΑΣ Α (Κερδοσκοπία).

Τόκος κεφαλαιοποιήσεως 10 ὁμολογιῶν σιδηροδρ. ἐταιριῶν (ἀντίστροφος λόγος).

Τιμὴ 20 μετοχῶν σιδηροδρομικῶν ἐταιριῶν.

Τιμὴ ἀριθμῶν τινων βιομηχανικῶν ἀξιῶν.

Συμψηφισμοὶ Νέας Ὑόρκης.

Τιμὴ ἀδειῶν οἰκοδομῆς.

Ἀριθμὸς πωληθέντων τίτλων εἰς Χρηματιστήριον.

ΟΜΑΣ Β (Συναλλαγαί).

Παραγωγὴ χωνεύματος.

Συμψηφισμοὶ Ἐπαρχιακοί.

Εἰσαγωγὴ (ἀξία)

Παραγγελίαι τῆς United States Steel Corporation.

Πτωχεύσεις (ἀντίστροφος λόγος).

Χονδρικαὶ τιμαὶ τοῦ Bradstreet's.

» » τοῦ Bureau of Labour.

Ἀκαθάριστοι εἰσπράξεις σιδηροδρόμων

Ἀποθέματα τραπεζῶν Ν. Ὑόρκης (ἀντίστροφος λόγος).

Μερίσματα τῶν διαφόρων βιομηχανικῶν ἐπιχειρήσεων (μέσοι)

ΟΜΑΣ Γ. (Νόμισμα).

Δάνεια τραπεζῶν Ν. Ὑόρκης (ἀντίστροφος λόγος).

Καταθέσεις εἰς τραπεζὰς Ν. Ὑόρκης (ἀντίστροφος λόγος)

Προεξοφλητικὸς τόκος ἐμπορ. γραμματίων 4—6 μηνῶν.

Ὅμοίως 60—90 ἡμερῶν.

Ἡ ὁμὰς Α προηγεῖται τῆς Β. κατὰ 2—4 μῆνας, ἡ δὲ Β τῆς Γ κατὰ ὅμοιον διάστημα.

Ἐπὶ βάσει τῶν δεδομένων κατασκευάζονται αἱ καμπύλαι Α, Β, Γ θεωρούμεναι ὡς μέσος τῶν μέσων σφαλμάτων τετραγώνου¹ ἐκάστης σειρᾶς τῆς ἀντιστοίχου ὁμάδος, εἶναι ἡ μὲν Α δείκτης τῆς κερδοσκοπίας, ἡ Β δείκτης τῆς παραγωγῆς καὶ τῶν τιμῶν καὶ ἡ Γ τῆς οἰκ. καταστάσεως τῆς νομισματικῆς ἀγορᾶς τῆς Νέας Ὑόρκης.

Ἐκ τῆς γραφικῆς φαίνεται σαφῶς ἡ διαδοχὴ τῶν καμπύλων καὶ ἡ ὁμοιότης τῶν κυμάνσεων αὐτῶν. Οὕτω τὰ μέγιστα τῆς Α προηγούνται κατὰ 2—4 μῆνας τῶν μεγίστων τῆς Β καὶ ἡ Γ ἀκολουθεῖ τῆς Β κατὰ διάστημα ἰσόχρονον.

1. Ἴδε χρησιμότητα μέσου σφάλματος τετραγώνου παρά I. Fischer : «Capital et Revenu» Γαλ. μετάφρασις σελὶς 458.

Ἐκ τοῦ διαγράμματος δυνάμεθα νὰ σπουδάσωμεν τὰς εἰδοποιούς διαφορὰς τῶν οἰκ. κύκλων, διότι ἔχομεν καθαρώτατα ἐκ τούτων τὴν διάρκειαν αὐτῶν. Οὕτω εἰς τὸ διάγραμμα τῆς Harbard ὑφίστανται 50 μῆνες διὰ τὸν κύκλον Ν)βριος 1903, Δ)βριος 1907, τριάκοντα δύο ἀπὸ Ἰανουαρίου 1908 ἕως Ἰουλίου 1910 καὶ τεσσαράκοντα μῆνες διὰ τὸν τελευταῖον κύκλον, ὅστις προηγήθη τοῦ μεγάλου πολέμου, ἦτοι κατὰ μέσον ὄρον καὶ διὰ τοὺς τρεῖς κύκλους 40 μῆνες.

Τὸ διάγραμμα ὡς εἰκὸς εὐκολύνει τὰ μέγιστα τὴν σπουδὴν ἐκάστης τῶν φάσεων, εἶναι δὲ ὄργανον πολύτιμον προβλέψεως, ἀληθὲς οἰκ. βαρόμετρον. Δυνάμεθα νὰ φοβούμεθα μίαν κρίσιν χαρακτηριζομένην ὑπὸ τινος πτώσεως τῶν τιμῶν καὶ ἀκολουθουμένην ὑπὸ φαινομένων μᾶλλον ἢ ἥττον βιαίων ἐκάστην φοράν, καθ' ἣν ἡ Α ἀνέρχεται κατὰ τινὰ κλίσιν κανονικὴν, ἄρχεται τῆς καθόδου. Ἡ πτώσις τῶν τιμῶν προσδιορίζει τὴν κρίσιν μετὰ τινος μῆνης. Ἡ ἐκ νέου τομὴ τῶν Α καὶ C, τῆς πρώτης ἀρξαμένης τῆς καθόδου, τῆς ἐτέρας συνεχιζούσης εἰσέτι τῆς ἀνόδου, εἶναι δείκτης κινδύνου ἐγγύτατα ἐπικειμένου.

Αἱ ἄνω στατιστικαὶ σειραὶ εἰς νέας ἐργασίας τῆς Harbard διὰ τὸ διάστημα 1914—18 περιωρίσθησαν κατὰ πολὺ. Οὕτω ἡ Α περιλαμβάνει τοὺς συμψηφισμοὺς τῆς Ν. Ὑόρκης, τὴν τιμὴν τῶν Βιομηχανικῶν ἀξιῶν, ἡ Β περιλαμβάνει τοὺς ἐπαρχιακοὺς συμψηφισμοὺς καὶ τὸν τιμὰριθμον 10 ἐμπορευμάτων, ὧν αἱ τιμαὶ κυμαίνονται εὐρύτατα, ἡ C μόνον τὸν προεξοφλητικὸν τόκον 60—90 ἡμερῶν. Αἱ λοιπαὶ σειραὶ παρελείφθησαν, διότι αἱ πλεῖσται τούτων διὰ τῶν συμψηφισμῶν, οἵτινες εἶναι συνάρτησις τῆς παραγωγῆς, ὑπεισέρχονται εἰς τοὺς σχετικούς ὑπολογισμούς.

Περὶ τῶν λοιπῶν ἰδιωτικῶν βαρομέτρων ὡς τοῦ Babson's Statistical Organisation καὶ Brookmire's Economic Service. δὲν ἀναφέρομεν, παραπέμποντες τοὺς ἐπιθυμοῦντας εἰς τὴν ἐργασίαν τοῦ κ. Καλιτσουνάκη «Οἰκονομικὴ πρόγνωσις» (Ἀρχεῖον Οἰκ. Κοιν. Ἐπιστημῶν 1930 Δ) καὶ Lacombe: La previsions en matière des Crises Economiques καὶ Α. Aftalion: Cours de statistique.

III. ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΟΙΚ. ΒΑΡΟΜΕΤΡΟΥ.

Διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ οἰκ. βαρομέτρου, κατὰ τὴν Harbard αἱ προεισαγωγικαὶ ἐργασίαι εἶναι αἱ ἑξῆς:

- 1ον. Ἐκλογὴ τῶν στατιστικῶν σειρῶν, κριτικὴ αὐτῶν σπουδῇ.
- 2ον. Σπουδὴ, ἐν ἐκάστη σειρᾷ, τῆς αἰωνοβίου κινήσεως καὶ ἀπαλοιφὴ ταύτης.
- 3ον. Ὁμοίως, τῆς ἐποχιακῆς μεταβολῆς καὶ ἀπαλοιφὴ ταύτης.

4ον. Καθορισμὸς τῶν καθαρῶν δεδομένων, ἀπηλλαγμένων μεταβολῶν αἰωνοβίου καὶ ἐποχιακῆς, παράστασις τούτων δι' ὁμοειδῶν μονάδων ἐπὶ σκοπῶ συγκρίσεως καὶ εὗρεσις τῶν κυκλικῶν καμπύλων.

1. Ἡ ἀπαλοιφή τῆς αἰωνοβίου διακυμάνσεως γίνεται ἀντικαθισταμένης τῆς ἐμπειρικῆς χρονολογικῆς ἢ ἱστορικῆς συναρτήσεως $y_i = \sigma(x_i)$, $i=1,2,\dots,n$ δι' ἄλλης ἀναλυτικῶς ἐκφραζούσης τὸν ἰθύνοντα τὸ φαινόμενον, ποσοτικῶς, νόμον ἐν τῇ διὰ τοῦ χρόνου ἐκδηλώσει αὐτοῦ.

Συνήθως διὰ τὴν ἀναπαράστασιν ἀναλυτικῶς τῆς ἐμπειρικῆς συναρτήσεως χρῶμεθα τῇ ἐξίσώσει τῆς εὐθείας γραμμῆς ἢ παραβολῆς, 2ου, 3ου, βαθμοῦ.

α. Ἐὰν ληφθῇ ὡς ἐξίσωσις παρεμβολῆς ἡ εὐθυγραμμικὴ ἐξίσωσις

$$\psi = \alpha + \beta x$$

τὰς σταθεράς α καὶ β θὰ προσδιορίσωμεν συναρτήσας τῶν δεδομένων διὰ τῆς μεθόδου τῶν Ἀ ν α λ ό γ ω ν Σ η μ ε ί ω ν, διαιροῦντες τὰ ἐμπειρικὰ δεδομένα x καὶ ψ εἰς δύο ἰσαρίθμους, εἰς ὅρους, ὁμάδας καὶ προσδιορίζοντες ἀκολουθῶς τὰς βαρυκεντρικὰς συντεταγμένας τῶν δύο σημείων $M_1(x_1, \psi_1)$ καὶ $M_2(x_2, \psi_2)$ διὰ τῶν τύπων

$$X_1 = \frac{\sum x_1}{v}, \quad \Psi_1 = \frac{\sum \psi_1}{v}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$X_2 = \frac{\sum x_k}{\mu}, \quad \Psi_2 = \frac{\sum \psi_k}{\mu}, \quad k = (v+1), (v+2), \dots, \mu$$

ἐνθα $v + \mu =$ τὸ πλῆθος τῶν ὁρῶν x καὶ ψ διακεκριμένως. Ἡ ἐξίσωσις νῦν τῆς εὐθείας τῆς διέρχομένης διὰ τῶν σημείων $M_1(x_1, \psi_1)$, $M_2(x_2, \psi_2)$ ὡς γνωστὸν δίδεται ὑπὸ τῆς ὀριζούσης

$$\Delta = \begin{vmatrix} x & \psi & 1 \\ x_1 & \psi_1 & 1 \\ x_2 & \psi_2 & 1 \end{vmatrix}$$

ἀναπτυσσομένης ὡς πρὸς τὰ στοιχεῖα τῆς δευτέρας στήλης.

Ἡ ὀρίζουσα Δ ἀναπτυσσομένη καὶ ἀγομένη εἰς τὴν μορφήν $\psi = \alpha + \beta x$ διὰ τὰς διαφοροῦς τοῦ x τιμὰς θὰ δώσῃ τὰς ἀντιστοιχοῦς τοῦ ψ τιμὰς, δηλ. τὰς κανονικὰς τιμὰς, ἀπηλλαγμένας τῆς αἰωνοβίου διακυμάνσεως. Τὸ φαινόμενον ἔσται αὐξάνον ἐφ' ὅσον τὸ $\beta > 0$, ἄλλως φθίνον, δηλ. ἐφ' ὅσον ὁ γωνιώδης συντελεστὴς β σχηματίζει ὀξεῖαν γωνίαν μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν x τὸ φαινόμενον

θὰ αὐξάνη καὶ θὰ ἐλαττωταὶ ἐν ἐναντίᾳ περιπτώσει (ἐφθ=β, θ ἡγωνία τῆς εὐθείας τάσεως μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν τετμημένων ἢ τῶν x).

Τὸ β ὅθεν παριστᾷ τὸ ποσὸν τῆς εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἀντιστοιχοῦσας αὐξήσεως ἢ μειώσεως συνήθως τὸ ἔτος, ὅθεν ἡ μηνιαία αὔξησις ἢ μείωσις εἶναι $\beta' = \frac{\beta}{12}$

Ἐπειδὴ νῦν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἔτη π.χ. 1901, 1902.... ἐνεργοῦμεν ἀλλαγὴν τῆς μεταβλητῆς θέτοντες $x = x_0 + \theta\xi$, καὶ ἐπιλύοντες ὡς πρὸς ξ, ἐν τῷ τύπῳ τούτῳ x_0 εἶναι τὸ ἔτος τὸ ληφθὲν ὡς ἀρχή, θ τὸ διάστημα τῆς τάξεως τῶν μεγεθῶν, ξ ἡ ἀπόκλισις τοῦ θεωρουμένου ἔτους ὡς πρὸς τὸ ληφθὲν ὡς ἀρχὴ ἀναχθεῖσα διὰ τῆς ἐπιλύσεως τοῦ ἄνω τύπου ὡς πρὸς ξ εἰς μονάδας τάξεως διαστήματος θ. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς Δ γενήσεται ὀριζομένων προγενεστέρως τῶν ξ_1 καὶ ξ_2 , κατὰ τὰ ἄλλα ἰσχυόντων τῶν ἄνωτέρω ἐκτεθέντων.

β. Ἐὰν τούναντίον ληφθῇ ὡς ἐξίσωσις παρεμβολῆς ἡ

$$\psi = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \dots$$

ἡ λογαριθμικὴ παραβολή, θὰ καθορίσωμεν τὰς σταθεράς συναρτήσας τῶν ροπῶν, δεχόμενοι ὅτι

$$\psi = \varphi(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \dots$$

ἡ ἀναλυτικὴ καμπύλη καὶ $\psi_i = \varphi(x_i) =$ ἡ ἐμπειρικὴ διδομένη. Δέον ὅθεν κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν ροπῶν νὰ λύσωμεν τὸ σύστημα¹.

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\lambda}^{+\lambda} \varphi(x) dx &= m_0 \\ \int_{-\lambda}^{+\lambda} \varphi(x) x dx &= m_1 \\ \int_{-\lambda}^{+\lambda} \varphi(x) x^2 dx &= m_2 \end{aligned} \right\} (1)$$

ἥτοι αἱ πρώτη, δευτέρα, τρίτη ροπαὶ τῆς ἀναλυτικῆς καμπύλης δέον νὰ ᾧσιν ἴσαι πρὸς τὰς ἀντιστοίχους τῆς ἐμπειρικῆς καμπύλης m_0, m_1, m_2 . Ἡ ἐπίλυσις τοῦ συστήματος γενήσεται μετὰ τὴν

1. «Biometrika» Karl Pearson «On the sistematic fitting of curves»
«T—I καὶ II. ἐκ P. Elderton «Frequency curves and correlation».

$$\alpha = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{2\lambda} m_0 - \frac{5}{2\lambda} \cdot \frac{m_2}{\lambda^2} \right), \beta = \frac{15}{4\lambda} \left(\frac{5}{2\lambda} \cdot \frac{m_1}{\lambda} - \frac{7}{2\lambda} \cdot \frac{m_3}{\lambda^3} \right)$$

$$\gamma = \frac{15}{4\lambda^2} \left(-\frac{1}{2\lambda} m_0 + \frac{3}{2\lambda} \cdot \frac{m^2}{\lambda^2} \right), \delta = \frac{35}{4\lambda^5} \left(-\frac{3}{2\lambda} \cdot \frac{m_1}{\lambda} + \frac{5}{2\lambda} \cdot \frac{m_3}{\lambda^3} \right)$$

II. Ἐπειδὴ ἀπαραιτήτως τὰ δεδομένα ἐκάστης ἐμπειρικῆς ἢ ἐκ παρατηρήσεως στατιστικῆς σειρᾶς θὰ ὦσιν μηνιαῖα πρὸς ἀπαλοιφήν τῆς ἐκ τῶν ἐποχῶν διακυμάνσεως τάσσομεν ταῦτα εἰς πίνακα π ο λ λ α π λ ῆ ς σ υ χ ν ό τ η τ ο ς, οὕτως ὥστε τῶν ὁμωνύμων ἐτῶν τὰ δεδομένα, διὰ πάντα τὰ θεωρούμενα ἔτη, νὰ εὐρίσκωνται ἐν τῇ αὐτῇ ὀριζοντίᾳ ἢ κατακορύφῳ στήλῃ. Ἄμα ὡς συνταχθῇ ὁ κατὰ τὰ ἄνω πίναξ τὰ δεδομένα ἐκάστου μηνὸς τρέπονται εἰς τόσον τοῖς ο)ο ὡς πρὸς τὰ τοῦ προηγούμενου μηνὸς καὶ ἐφεξῆς οὕτω, μέχρις τῶν τοῦ τελευταίου. Μετατρέποντα. δηλ. τὰ δεδομένα τῆς Στατιστικῆς παρατηρήσεις εἰς τ ι μ α ρ ί θ μ ο υ ς ἄ λ υ σ ω τ ο ύ ς. ἢ ἄλυσωτοὺς ἀριθμοδείκτας.

Ἐὰν νῦν κληθῶσιν $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$ αἱ διάμεσοι τῆς συνισταμένης σειρᾶς τῶν δώδεκα μηνῶν διὰ τὰ θεωρούμενα ἔτη καὶ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$ οἱ τιμάρημοι τῆς αὐτῆς σειρᾶς ὡς πρὸς βάσιν τὸν Ἰανουάριον = 100, θὰ ἔχωμεν μεταξὺ τῶν γ_i καὶ ρ_i (διὰ $i=1, 2, 3, \dots$) τὰς ἀκολουθούσας σχέσεις

$$\begin{aligned} \text{Ἰανουάριος } (\alpha) &= \gamma_1 = 100 \\ \text{Φεβρουάριος} &= \gamma_2 = 100 \rho_1 \\ \text{Μάρτιος} &= \gamma_3 = 100 \rho_1 \rho_2 = \gamma_2 \rho_1 \\ &\dots\dots\dots \\ \text{Δεβριος} &= \gamma_{12} = 100(\rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \dots\dots) = \rho_{12} \gamma_{11} \\ \text{Ἰανουάριος } (\beta) &= \gamma_{12} \rho_1 \end{aligned}$$

Ἐξαλοιομένης τῆς ἐποχιακῆς διακυμάνσεως θὰ ἔδει ὅπως ἡ τιμὴ Ἰανουάριος (α) εἶναι ἴση πρὸς Ἰανουάριον (β) τοῦτο ὅμως δὲν συμβαίνει, ἀκριβῶς, λόγῳ τῆς ὑφισταμένης ἐποχιακῆς διακυμάνσεως ἣτις κατὰ τὴν ἀπαλοιφὴν τῆς αἰωνοβίου τοιαύτης δὲν ἐξηλοίφθη καὶ συνεπῶς ἔτι ὑφίσταται, καθ' ὅσον τὰ δεδομένα μετεχειρίσθημεν ἄνευ οὐδεμιᾶς προσαρμογῆς· τὴν διαφορὰν ὅθεν $\gamma_{12} \rho_1 - \gamma_1$, ἐμφαίνουσιν τὴν μεταξὺ τῶν δύο Ἰανουαρίων ὑφισταμένην αἰωνόβιον διακύ-

μανσιν, δέον νὰ μηδενίσωμεν, συνορθοῦντας τοὺς δείκτας. Ἐὰν ὅθεν κληθῇ δ ἡ ἐπενεκτέα διόρθωσις θὰ ἔχωμεν χρώμενοι τῷ τύπῳ τοῦ ἀνατοκισμοῦ (εὗρεσις ἰσοδυνάμου ἐπιτοκίου)

$$\gamma_{12} \rho_1 = 100 (1+\delta)^{12} \text{ ἢ}$$

$$\delta = \sqrt[12]{\frac{\gamma_{12} \rho_1}{100}} - 1$$

ἐπομένως ὁ συνηρθωμένος δείκτης τοῦ Φεβρουαρίου ἔσται $\frac{\gamma_2}{1+\delta}$, ὁ τοῦ Μαρτίου $\frac{\gamma_3}{(1+\delta)^2}$, ... ὁ τοῦ Δ)βρίου $\frac{\gamma_{12}}{(1+\delta)^{12}}$, ὁ τοῦ Ἰανουαρίου $\frac{\gamma_{12}\rho_1}{(1+\delta)^{12}} = 100 = \gamma_1$ ἥτοι οὕτω ἐξηλοίφθη ἡ ἐ-

ποχικὴ διακύμανσις. Οἱ διορθωμένοι ὅμως οὗτοι τιμάριθμοι ἢ δείκται ἀναφέρονται εἰς τὸν Ἰανουάριον ὡς πρὸς βάσιν ἴσην πρὸς 100, βάσιν ὡς εἰκὸς αὐθαίρετον. Ἡ τελικὴ ὅθεν τῶν δεικτῶν διόρθωσις ἐπιτυγχάνεται ἀναγομένων πάντων τούτων (τῶν διορθωμένων δηλ. δεικτῶν) ὡς πρὸς τὸν μέσον αὐτῶν, ὅτε τὸ ὅλικόν αὐτῶν ἄθροισμα πλέον ἰσοῦται τῷ 100. 12

Οὕτως ἐν ὀλίγοις ἔχει ἡ μέθοδος τῆς Χάρβαρδ.

III. Ἄμα ὡς καθορισθῶσι αἱ αἰωνόβιοι καὶ ἐποχικαὶ διακυμάνσεις ἐξαλοίφονται αἱ συστηματικαὶ αἰτίαι διαταραχῆς τῶν ἀνεπεξεργάστων δεδομένων πρὸς προσδιορισμὸν τῆς κυκλικῆς διακυμάνσεως. Πρὸς προσδιορισμὸν ὅθεν τῶν κυκλικῶν τεταγμένων καθορίζομεν πρῶτον τὰς τεταγμένας τῆς αἰωνοβίου διακυμάνσεως διὰ τὸν θεωρούμενον μῆνα $\beta' = \frac{\beta}{12}$ Διὰ τῶν τεταγμένων τούτων διαιροῦμεν τὰς ἀντιστοίχους ἐκ παρατηρήσεως τιμὰς τῆς δεδομένης ἐμπειρικῆς συναρτήσεως. Ἐκ τοῦ ποσοστοῦ τούτου, εἰς τόσον τοῖς ο)ο ἐκφραζομένου, ἀφαιροῦμεν τοῦ ἀντιστοίχου μηνὸς τὸν ἐποχικὸν δείκτην διακυμάνσεως. Πρὸς ἀναγωγὴν δὲ τῶν κατὰ ταῦτα διαφορῶν εἰς κοινὸν μέτρον, διαιροῦμεν ταύτας διὰ τοῦ μέσου σφάλματος τετραγώνου τῆς ἀντιστοίχου σειρᾶς. Τὰ οὕτωςι προκύπτοντα πηλίκα εἶναι αἱ λεγόμεναι τεταγμένα τοῦ κύκλου ἢ κυκλικαὶ τεταγμένα.

Διὰ τὴν εὗρεσιν νῦν τοῦ χρόνου καθ' ὃν προηγεῖται σειρὰ τις, δέον νὰ καθορίσωμεν τὸν ἄριστον ἢ μέγιστον συντελεστὴν συσχετίσεως μεταξὺ τῶν σειρῶν ἀνὰ δύο ἢ καὶ νὰ καθορίσωμεν τὴν μεταξὺ τούτων μερικὴν καὶ ὀλικὴν συσχέτισιν. Ἡ ἀπλὴ συσχέτισις θὰ εὗρεθῇ μετὰ ἐπιβραδύνσεως ἢ προωθήσεως τῶν δεδο-

μένων τῆς μιᾶς σειρᾶς ὡς πρὸς τὰ τῆς ἄλλης κατὰ 1,2, μῆνας μέχρις οὗ εὗρεθῇ ὁ μεγαλύτερος συντελεστής συσχετίσεως, ὅστις διὰ τοῦ χωρίζοντος χρόνου θὰ σημάνη τὸ πόσον προηγεῖται ἡ μία σειρά χρονικῶς ἐν τῷ κύκλῳ ὡς πρὸς τὴν ἄλλην. Ἡ ὅλική χρονικὴ περίοδος τοῦ κύκλου καθορίζεται ἢ μεταξὺ δύο μεγίστων διαδοχικῶν περιλαμβανομένη.

Διὰ τοῦ ὡς εἴρηται συντελεστοῦ δύνανται νὰ καθορισθῶσι καὶ ἡ ὑρισταμένη χρονικὴ ἐπιβράδυνσις ἢ προώθησις τῆς πρώτης σειρᾶς ὡς πρὸς τὴν ἄλλην. Ἡ ἄνω μέθοδος τῆς συσχετίσεως ἐχρησιμοποιήθη ἰδίᾳ ὑπὸ τῆς ἐπιτροπῆς Λονδίνου—Καίημπριτζ.

α) ὁ ἀπλῶς συντελεστής συσχετίσεως μεταξὺ δύο σειρῶν x καὶ ψ δίδεται ὑπὸ διοφόρους μορφάς, ὡς κάτωθι.

$$\rho = \frac{\sum (x \psi)}{\sqrt{\sum x^2 \cdot \sum \psi^2}} = \frac{\sum x \psi}{n \cdot \sigma_x \sigma_\psi} = \frac{\sum X \Psi - n \bar{x} \bar{\psi}}{n \sigma_x \sigma_\psi} = \frac{\vartheta}{\sigma_x \sigma_\psi}$$

ἐνθα $x = X - \bar{x}$, $\psi = \Psi - \bar{\psi}$, τὰ ἀπὸ τοῦ μέσου σφάλματα ἑκάστης τῶν σειρῶν, X, Ψ , $\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \sigma_x$, $\sqrt{\frac{\sum \psi^2}{n}} = \sigma_\psi$ Αἱ τετραγωνικαὶ ρίζαι τοῦ ἀθροίσματος τῶν τετραγώνων τῶν σφαλμάτων ἑκάστης τῶν σειρῶν X καὶ Ψ , $\vartheta = \frac{\sum (x\psi)}{n} - \bar{x}\bar{\psi}$

β) ὁ συντελεστής μερικῆς συσχετίσεως δίδεται ὑπὸ

$(-1)^{p+q} \Delta_{pq} : \Delta_{pp}$ ἐνθα Δ_{pq} , Δ_{pp} , ἐλάσσονες ὀρίζουσιν προκύπτουσαι ἐκ τῆς μείζονος Δ δι' ἀπαλοιφῆς τῶν ὑπὸ τῶν δεικτῶν αὐτῶν σημειουμένων γραμμῶν καὶ στηλῶν.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} & \dots & \rho_{2n} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 & \dots & \rho_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{1n} & \rho_{2n} & \rho_{3n} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

(ἐνθα $\rho_{12}, \rho_{13}, \dots$ οἱ συντελεσταὶ μερικῆς συσχετίσεως τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας, πρώτης καὶ τρίτης σειρᾶς κ.λ.π.)

Ἐὰν ὅθεν κληθῶσιν x' αἱ κυκλικαὶ τεταγμέναι τῆς μιᾶς σειρᾶς, καὶ ψ' αἱ τῆς ἄλλης ὁ συντελεστής συσχετίσεως εἶναι

$$\rho = \frac{\sum x' \psi'}{n} \quad \text{ἐπειδὴ} \quad x' = \frac{x}{\sigma_x} \quad \text{καὶ} \quad \psi' = \frac{\psi}{\sigma_\psi}$$

Ἐπειδὴ δὲ αἱ κινήσεις τῆς C ἐπιτρέπουν κυρίως τὴν πρόβλεψιν τῶν τῆς A, λόγῳ τῆς ἀτέρμονος διαδοχῆς τῶν κυμάτων ABCABC... διὰ τοῦτο ἰδίᾳ αὕτη χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν πρόβλεψιν ὅποτεν ὅταν C κατέλθῃ, ἡ ἔναρξις τοῦ ἐπομένου κύκλου θὰ συνοδεύηται ὑπὸ ὑψώσεως τῆς A.

IV. ΚΡΙΤΙΚΗ ΤΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

Αἱ ἄνω μέθοδοι ὡς εἰκὸς καίτοι ἀποτελοῦσαι ἐφαρμογὴν τῆς θεωρίας τῶν πιθανοτήτων (Μέθοδος ἐλαχίστων τετραγώνων—Μέθοδος συσχετίσεως) δὲν παύσουν ἐν τούτοις κατὰ μέγα μέρος νὰ ὦσιν ἐμπειρικά, διότι πῶς εἶναι δυνατόν νὰ δεχθῶμεν ὅτι οἰκονομικόν τι φαινόμενον δύναται νὰ παρασταθῇ ἀναλυτικῶς διὰ γραμμικῆς ἐξισώσεως ἢ πολυωνύμου τινός, ἐφ' ὅσον μάλιστα δὲν γνωρίζομεν τὸν πραγματικὸν νόμον ὅστις ἰθύνει τὸ ἐκδηλούμενον καὶ διὰ τῆς στατιστικῆς παρατηρήσεως συλλαμβανόμενον φαινόμενον; Ἡ ἐνέργεια ἡμῶν αὕτη εἶναι ἐπὶ τοσοῦτω μᾶλλον αὐθαίρετος ἐφ' ὅσον μάλιστα τὸ ἐμπειρικὸν διάγραμμα παρέχει ἡμῖν σαφῆ τὴν εἰκόνα τῆς πραγματωθείσης διὰ τοῦ χρόνου πορείας αὐτοῦ. Πράγματι ἂν μεταχειρισθῶμεν διὰ τὴν παρεμβολὴν τὴν ἐξίσωσιν τῆς εὐθείας γραμμῆς $\psi = \alpha + \beta x$, θὰ προδιορίσωμεν τὰς παραμέτρους διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλ. τετραγώνων, ἢ ἄλλης τινός, ἀλλὰ γεννᾶται τὸ ἐρώτημα τότε ἄρκεῖ τοῦτο; Ἀσφαλῶς ὄχι.

Πρέπει νὰ προσδιορίσωμεν τὴν πιθανότητα p ὅτι τὰ α καὶ β περιέχονται μεταξὺ ὁρίων διαφερόντων ἀλλήλων κατὰ ποσότητος τοῦ μεγέθους τῶν γινομένων σφαλμάτων ὡς πρὸς τοὺς λόγους $\psi_i : x_i$. Ἡ πιθανότης αὕτη ὡς γνωστὸν δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου τοῦ Laplace

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$$

Ἐὰν δὲ ἡ πιθανότης αὕτη εἶνε λίαν μικρά, ὁ ἐκλεγείς τύπος δὲν προσαρμόζεται καὶ τότε δοκιμάζομεν ἄλλον, εἴτε παραβολικὸν τῆς

γ) ὁ συντελεστὴς πολλαπλῆς συσχετίσεως δίδεται ὑπὸ

$$\rho_{1 \cdot 23 \dots n} = \sqrt{\frac{\Delta}{\Delta_{11}}}$$

τῶν Δ καὶ Δ_{11} ἔχόντων τὴν αὐτὴν σημασίαν τῆς ὑποσημειώσεως β .

Περὶ τῆς καθόλου ἐννοίας τῆς δ α , β , γ καὶ γενικώτερον περὶ τῆς πρακτικῆς χρησιμοποιήσεως αὐτῶν ἴδε Κ. Ἀθανασιάδου «Στατιστικήν» σελίδα 143 καὶ ἐφεξῆς 1931.

μορφῆς $\psi = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \dots$ ἢ καὶ ἄλλον τινά, (λογαριθμικῆς ὑπερβολικὸν κλπ.) καὶ ἐφεξῆς οὕτω.

Καθίσταται ὁθεν δῆλον ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὅτι δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὴν ἐκλεγεῖσαν μορφήν τῆς συναρτήσεως ἡ σημασία ἣτις θὰ ἦτο δυνατόν νὰ δοθῇ ἐὰν ὁ τύπος θὰ ἦτο $\pi\rho\omicron\iota\omicron\nu\tau\eta\varsigma\theta\epsilon\omega\rho\acute{\iota}\alpha\varsigma$ καὶ τοῦτο διότι μεταξὺ ὁρίων προσεγγιζόντων δύο ἢ πλείονες κλάδοι καμπύλων δύνανται νὰ προσεγγίσωσι τὰ μέγιστα πρὸς ἀλλήλους, καίτοι αἱ καμπύλαι αὗται ἐκφράζονται ἀναλυτικῶς διὰ τύπων ἐντελῶς διαφερόντων, κατ' ἀκολουθίαν ὁ ἀναλυτικὸς τύπος ὅστις χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἀναπαράστασιν τῆς στατιστικῆς σειρᾶς πρέπει πάντοτε νὰ θεωρῇται ὡς τύπος $\pi\rho\omicron\sigma\epsilon\gamma\gamma\acute{\iota}\zeta\omega\nu$ καὶ οὐχὶ ὡς ἐκφράζων ἀκριβῶς τὸν ἀληθεῖ νόμον τοῦ φαινομένου. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον ἀκριβῶς ἡ $\pi\alpha\rho\epsilon\kappa\beta\omicron\lambda\eta$ δηλ. ἡ πρόβλεψις συναρτήσῃ τοῦ τύπου εἶναι $\pi\alpha\rho\alpha\kappa\epsilon\kappa\iota\nu\delta\upsilon\nu\epsilon\upsilon\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$, καὶ ἄμοιρος χρησιμότητος πρακτικῆς, διότι διὰ ταύτης ἐπεκτείνομεν τὴν ἰσχὺν τοῦ ἐμπειρικοῦ νόμου πέραν τῶν δεδομένων ὁρίων τῆς παρατηρήσεως.

Ἐπομένως τὸ οἰκ.βαρόμετρον κατόπιν τούτου εἰς τι χρησιμεύει! Χρησιμεύει εἰς τὴν πρόβλεψιν συναρτήσῃ τῆς μορφῆς τῶν φαινομένων ἐν τῷ χρόνῳ, (ἀναλογίᾳ ἐν τῇ κατευθύνσει ἀναλογίᾳ, ἐν τῷ μεγέθει) ἐπὶ τῇ βάσει ὅμως τῆς συνθήκης *ceteris paribus*. Ἡ ἄποψις αὕτη εἶναι μᾶλλον ἀόριστος καὶ συνεπῶς τὸ οἰκ.βαρόμετρον καταλήγει νὰ χρησιμεύῃ ἀπλῶς εἰς τὴν διαπίστωσιν τῆς ἐκάστοτε διανοουμένης φάσεως τοῦ οἰκ. κύκλου καὶ πλεονοῦ, ἀλλὰ γεννᾶται τὸ ἐρώτημα πρὸς τι ὁθεν ὁ τόσος θόρυβος, ἐφ' ὅσον ἡ χρησιμότης τούτου εἶνε μηδαμηνὴ ὑπὸ ἔποψιν προβλέψεως; τοῦτο δὲν ἐπιδέχεται ἀπολύτως καταφατικὴν ἀπάντησιν. Διότι πράγματι ἂν μεταχειρισθῶμεν τὴν μέθοδον τῆς μερικῆς συσχετίσεως χρώμενοι ταῖς ἐξισώσεσιν μερικῆς παλινδρομήσεως

$$x_1 = \alpha + \beta x_2 + \gamma x_3 + \delta x_4 + \dots$$

θεωροῦντες δηλ. τὸ φαινόμενον x_1 ὡς ἐκδηλούμενον τῇ ταυτοχρόνῳ ἐπιδράσει τῶν διαφόρων φαινομένων $x_2, x_3, \dots$ τότε δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ x_1 , διδομένων τῶν προϋπαρχουσῶν τιμῶν τοῦ $x_2, x_3, \dots$ καὶ συνεπῶς δυνάμεθα νὰ προβλέψωμεν μετὰ πιθανότητος σφάλματος ἐλαχίστης ταύτην. Κατ' ἀκολουθίαν τὸ ἀληθὲς οἰκ. Βαρόμετρον δηλ. τὸ πρακτικῶς χρήσιμον ἐργαλεῖον προβλέψεως εἶναι ἡ διὰ τῆς μεθόδου τῆς μερικῆς συσχετίσεως εὑρεσις τῆς προσηκούσης ἐξισώσεως μερικῆς παλινδρομήσεως. Αἱ

ἄχρι τοῦδε ἐργασίαι τοῦ Moore καὶ Smith ἐπικυρώνουσι τὰ ἄνω-
τέρω, καίτοι ἐκάστη τούτων εἶχε ὅλως ἰδιάζοντα χαρακτῆρα. Τὸ
ζήτημα ὑπὸ τὴν ἄποψιν τῆς περιοδικότητος καὶ συνεπῶς τῆς προ-
βλέψεως τῆς φάσεως τοῦ Οἰκονομικοῦ κύκλου θὰ ἦτο δυνατόν νὰ
τεθῇ καὶ ἄλλως ἢτοι θεωρουμένης ὡς τελείως ἀγνώστου τῆς πε-
ριόδου ἐκάστης τῶν συνιστωσῶν τοῦτον σειρῶν, τοῦθ' ὅπερ
ἄλλως τε συμβαίνει ἐν τῇ πραγματικότητι. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώ-
σει θὰ εἶχε ἐφαρμογὴν εἴτε ἡ μέθοδος τοῦ Lagrange ¹ εἴτε ἡ μέ-
θοδος τοῦ Nervander καὶ Buys-Ballot ² εἴτε ἡ μέθοδος τοῦ κ.
Georgesco «La probléme dela recherche des composants cycli-
ques d' un phenoméne ³.

Εἴτε τέλος ἡ μέθοδος τοῦ Περιοδογράμμου τοῦ Shuster ⁴ ἦν
ἐπὶ οἰκονομικῶν φαινομένων πρῶτος ἐφήρμοσε ὁ Grum κατὰ τὴν
ἐρευναν τῆς περιοδικότητος τοῦ προεξοφλητικοῦ τόκου 60—90
ἡμερῶν τῶν ἐμπορικῶν γραμματίων καὶ ὁ Sir Beberidge κατὰ τὴν
ὁμοίαν μελέτην ἐπὶ τῶν τιμῶν τοῦ σίτου ἀπὸ 1545 μέχρις 1860 ⁵.

Κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην ὑποτίθεται ὅτι διὰ μιᾶς τῶν προλε-
χθεισῶν μεθόδων ἔχομεν ἐνεργήσῃ τὴν ἀπαλοιφὴν τῆς αἰωνοβίου
διακυμάνσεως τῶν θεωρουμένων φαινομένων ⁶ καὶ ὅτι ἔχομεν
εὖρει.

1. Μίαν συνιστώσαν σταθεράν, τὴν καλουμένην κανονικὴν.

2. Πλείονας συνιστώσας τριγωνομετρικῆς φύσεως, τὰς κυκλικὰς
συνιστώσας, ὅτε ἡ ἐξίσωσις τοῦ περιοδογράμμου εἶναι ἡ ἀκόλουθος

$$U_x = a \frac{\eta \mu. \frac{m \pi p}{T}}{\eta \mu. \frac{\pi p}{T}} \eta \mu \left(\frac{2 \pi x}{T} + \frac{(m-1) \pi p}{T} \right) + B_x$$

$$\text{τοῦ } U_x = \frac{u}{x} + \frac{u}{p+x} + \dots + \frac{u}{(m-1)p+x} \text{ καὶ } B_x = \beta_x + \beta_{x+p} + \dots \\ + \beta_{(m-1)p+x} \text{ καὶ } \frac{u}{x} = a \eta \mu \frac{2 \pi x}{T} + \beta_x$$

1. Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliquées τόμος
II. v 5. f. σελ. 127.—21.

2. 22-Encyclopédie κ.λ.π. ἐνθα καὶ ἄνωτέρω.

3. Journal de Statistique de Paris No 10—1930.

4. Terrestrial Magnetism (Baltimore) 3—1898.

5. Review of Economic Statistics, Ἰανουάριος 1923. Journal of the Royal
Statistical Society of London Μάιος 1922

6. Ἴδε Proc. R. S. S. London 36 (1883) σελ. 380. V. N. Nene, ἰδίᾳ ὅταν
τὸ φαινόμενον ἐπιδέχεται βραχείας περιόδους πλάτους.

Ἐὰν ὅθεν ἔχωσιν δοθῇ p παρατηρήσεις καὶ εἶνε ἄγνωστος ἡ περίοδος T , τάσσομεν τὰς παρατηρήσεις $p=nr$ εἰς n στήλας ἐκ r ἐκάστη καὶ σχηματίζομεν τὰ ἀθροίσματα $T_1, T_2, \dots, T_n$ τῶν ὅρων ἐκάστης στήλης καὶ παριστῶμεν ταῦτα διὰ τῶν γνωστῶν τύπων τοῦ Bessel ¹

$$A_0 = B_0 = p, \quad n A_1 = 2 \sum_{v=0}^{n-1} \sigma \nu \nu K t, \quad n B_1 = 2 \sum_{v=0}^{n-1} \eta \mu K t$$

Ἐνθα $t_0, t_1, \dots$ παριστῶσιν τοὺς χρόνους τῆς πραγματικῆς ἐκδηλώσεως τοῦ φαινομένου καὶ $K = \frac{2\pi}{T}$, Ἐνθα T ἡ γενομένη

δεκτὴ, δοκιμαστικῶς, περίοδος καὶ $R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}$ τὸ πλάτος τῆς περιόδου.

Ἐν τῶν τιμῶν ἃς λαμβάνει R ἀφίνοντες K καὶ n σταθερὰ καὶ

$$\text{θεωροῦντες τὰ } A = \int_{\tau}^{\tau+nt} \sigma \nu \nu K t \sigma(t) dt, \text{ καὶ } B = \int_{\tau}^{\tau+nT} \eta \mu K t \sigma(t) dt$$

Τοῦ τ ὄντος τοῦ μόνου μεταβλητοῦ, πορίζομεθα τὴν μέσην τιμὴν Y τοῦ R . Ἡ γραφικὴ παράστασις τῆς μέσης ταύτης τιμῆς τοῦ R , θεωρουμένης ὡς συναρτήσεως τοῦ T καλεῖται τὸ περιοδόγραμμα τοῦ φαινομένου. Ἐξ οὗ ἔπεται ὁ κανὼν. Ἐὰν ἡ θεώρησις n παρατηρήσεων παρέχει περιοδόγραμμα μέσης τεταγμένης ἴσης πρὸς A ἀπαιτοῦνται τοῦλάχιστον $(16nA^2):B^2$ παρατηρήσεις ἵνα συμπεράνωμεν μετὰ τινος βεβαιότητος ἐπὶ τῆς ὑπάρξεως περιόδου πλάτους B .

Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης τοῦ οἰκ. κύκλου ἡ ἄγνωστος πρωτεύουσα ἢ θεμελιώδης ἁρμονικὴ (πρωτεῦον κύκλος) δύναται νὰ ὀρισθῇ ἐπακριβῶς, ὀριζομένων μετὰ ἀκριβείας ἐξ ἴσου θαυμαστῆς καὶ τῶν δευτερουσῶν ἁρμονικῶν (ἐλασσόνων κύκλων). Εἶναι δὲ ἡ μέθοδος αὕτη ἡ μόνη ἐπιστημονικῶς ὀρθή, δύναται δὲ νὰ ἐφαρμόζηται ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν μέθοδον τῆς συσχετίσεως. Περὶ τῆς καθόλου ἐφαρμογῆς ταύτης ἴδε Whittaker and Robinson «The Calculus of observations» σελίδα 346.

7. Ἴδε «Στοιχεῖα Λογισμοῦ Παρατηρήσεων» Κ. Ἀθανασιάδου 1931 «Ἀρμονικὴ ἀνάλυσις».

V. ΕΛΛΗΝΙΚΑΙ ΕΡΓΑΣΙΑΙ ΕΠΙ ΤΟΥ ΟΙΚ. ΒΑΡΟΜΕΤΡΟΥ.

Περὶ τοῦ οἰκ. βαρομέτρου ἡ ὅπως αὐτὸς οὗτος ἀπεκάλεσεν τοῦτο «Οἰκ. πρόγνωσις, ρυθμὸς ἐν τῇ Οἰκονομίᾳ» πρῶτος ἐν τῇ Ἑλλάδι ἐπραγματεύθη ὁ κ. Δ. Καλιτσουνάκης Καθηγητὴς τῆς Α.Σ.Ο.Ε.Σ. Ἐν τῆς μελέτῃ ταύτῃ στοιχειωδῶς σκιαγραφοῦνται αἱ τεχνικαὶ μέθοδοι τῆς Χάρβαρντ καὶ γίνεται ποιά τις ἀπόπειρα δημιουργίας οἰκ. βαρομέτρου διὰ τὴν Ἑλλάδα, κατὰ τρόπον ὅμως ὅλως ἐμπειρικόν, καθ'ὅσον οὔτε αἱ ὑπὸ τῆς ἐπιτροπῆς Χάρβαρντ ὀριζόμεναι σειραὶ ἐλήφθησαν, καὶ τοῦτο διότι, τὸ μὲν, ἴσως ἐλλείπει στοιχείων, τὲ δὲ καθ'ὅσον ἡ χώρα ἡμῶν εἶναι ἥττον βιομηχανικῶς ἀνεπτυγμένη, οὔτε καὶ αἱ ληφθεῖσαι τεχνικῶς προσηρμόσθησαν, ἀγνοῶ διατί, καίτοι ἐν ὑποσημειώσει τῆς ὡς εἴρηται μελέτης ρητῶς τονίζεται «ὅτι ἡ συσχέτισις αὕτη ὀφείλει νὰ ὑποστῇ περαιτέρω μαθηματικὴν ἐπεξεργασίαν ἀποκαθαιρομένων τῶν διακυμάνσεων τῆς ἐποχῆς ἵνα οὕτω τὰ δεδομένα αὐτῆς ἀποβοῦν ὅσον τὸ δυνατόν ἀκριβέστερα.....» ἡ μόνη δυνατὴ ἐξήγησις τῆς παραλείψεως ταύτης εἶναι ὅτι τὰ στατιστικὰ δεδομένα ἅπερ ὑπ' ὄψιν αὐτοῦ εἶχεν ὁ κ. Καλιτσουνάκης ἦσαν μέσ α ἑ τ ἡ σ ι α καὶ συνεπῶς ἦσαν φύ σ ε ι καὶ θέ σ ε ι ἀπηλλαγμένα ἐποχιακῶν διακυμάνσεων. Ἐν πάσῃ περιπτώσει καίτοι ἡ ἐργασία αὕτη ὑπενθυμίζει ἐν πολλοῖς ὁμοίᾳς τοῦ Lacombe καὶ τὰ ἐπὶ τῶν οἰκ. κρίσεων μαθήματα τοῦ κ. Α. Aftalion, συνέβαλεν τὰ μέγιστα ὅπως ἐν Ἑλλάδι ἀποκτηθῇ σαφὴς ἀντίληψις περὶ τῆς ἐννοίας, τῆς τόσον ἀορίστου τοιαύτης, τῶν οἰκονομικῶν κύκλων καὶ ἰδίᾳ τῶν οἰκονομικῶν κρίσεων, ἀπαρτίζει δὲ συνελόντι εἰπεῖν πρώτης τάξεως συμβολὴν εἰς τὴν τόσῳ πτωχὴν Ἑλληνικὴν Βιβλιογραφίαν τῆς Οἰκονομικῆς Ἐπιστήμης.

Δευτέρα κατὰ σειρὰν, χρονολογικῶς, ἔρχεται ἡ ἐργασία τοῦ κ. Μουσμούτη, διπλωματούχου τῆς ἐν Παρισίοις Σχολῆς τῶν Οἰκονομικῶν Ἐπιστημῶν καὶ ἤδη Στατιστικοῦ παρὰ τῇ ὁμωνύμῳ διευθύνσει τοῦ Ὑπουργείου Ἐθνικῆς Οἰκονομίας, δημοσιευομένη εἰς ἄλλο τοῦ παρόντος μέρος.

Ὁ κ. Μουσμούτης ἀρτίᾳ τεχνικῆς Στατιστικῆς καταρτίσεως δίδει γραφικῶς τὸ ἐν Ἑλλάδι οἰκονομικὸν Βαρόμετρον, μετὰ ἐπεξεργασίαν πλήρη καὶ προσαρμογὴν τῶν ἐμπειρικῶν δεδομένων κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν μέθοδον τῆς Χάρβαρντ. Αἱ ἐναλλαγαὶ τῶν καμπύλων Α, Β, C, ἐν αὐτῷ εἶναι τόσῳ ἐναργεῖς ὥστε ὁ κατέχων ἀμυδρῶς τὴν ἐννοιαν τῆς διαδρομῆς τοῦ Οἰκ. Κύκλου νὰ δύναται εὐχερῶς νὰ ἐρ-

μηνεύη τὰς φάσεις καὶ τὴν φορὰν αὐτῶν. Εἰς τὴν ὥς εἴρηται ἐρμηνείαν αὐτῶν, ὁ ἀναγνώστης εὐκολύνεται τὰ μέγιστα ὑπὸ τῆς προτασσομένης εἰσαγωγῆς. Ἡ ἐργασία αὕτη τοῦ νεαροῦ ἐπιστήμονος εἶναι ἐπὶ τοσούτῳ ἀξία ἐξάρσεως καὶ ἰδιαιτέρως προσοχῆς, καθ' ὅσον μέχρι τοῦδε ἡ χώρα ἡμῶν οὐδὲν ἐπίσημον δημοσίευμα ἔχει νὰ παρουσιάσῃ τοῦθ' ὅπερ ὁ κ. Μουσμούτης ἐπέτυχεν χάριν εἰς ἀτρύτους κόπους καὶ δὴ εἰς τὴν ἀρτίαν τεχνικὴν αὐτοῦ συγκρότησιν.

Κ. Ἀθανασιάδης

Ὑποπλοίαρχος Οἰκ. Π. Ν.

Τμημ. Στατιστικῆς Γεν. Ἐπιτελείου Π. Ν.