

B I B Λ Ι Ο Κ Ρ Ι Σ Ι Α Ι

Essays in Mathematical Economics: In Honor of Oskar Morgenstern.

Edited by Marfin Shubik, Princeton University Press, 1967.

Πρόκειται περί ενός ενδιαφέροντος τόμου έκδοθέντος πρὸς τιμὴν τοῦ γνωστοῦ οικονομολόγου Ο. Morgenstern.

Τὸ ἔργον διαιρεῖται εἰς 7 μέρη. Τὸ πρῶτον μέρος ἀσχολεῖται μὲ τὴν θεωρίαν τῶν παιγνίων, τὸ δεύτερον μὲ τὸν μαθηματικὸν προγραμματισμόν, τὸ τρίτον μὲ τὴν θεωρίαν ἀποφάσεων (decision theory), τὸ τέταρτον μὲ τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν, τὸ πέμπτον μὲ τὴν ἐπιστήμην τῆς διοικήσεως τῶν ἐπιχειρήσεων (management science), τὸ ἕκτον μὲ τὸ διεθνὲς ἐμπόριον καὶ τὸ ἔβδομον μὲ τὴν οἰκονομετρίαν. Ὡς ἐκ τῆς φύσεώς του τὸ ἔργον εἶναι δύσκολον νὰ ἀναλυθῇ καὶ νὰ κριθῇ ὡς σύνολον. δεδομένου ὅτι μία τοιαύτη ἐργασία θὰ ἀπῆτει κριτικὴν ἀνάλυσιν καὶ τῶν 27 δοκιμίων, τὰ ὅποια περιέχει. Διὰ τοῦτο ἀναγκαστικῶς θὰ ἀναφερθῶμεν μόνον εἰς τὸ δοκίμιον τῶν Shubik καὶ Shapley, «Concepts and Theories of Pure Competition», τὸ ὁποῖον, κατὰ τὴν γνώμην μας, παρουσιάζει ἐξαιρετικὸν ἐνδιαφέρον, ἰδίως λόγῳ τῆς ἀποπειράς τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἐννόας τοῦ «πυρῆνος» (core) εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν. Οἱ Shapley καὶ Shubik εἰς τὸ ἴδιον δοκίμιον ἐξετάζουν καὶ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς ἐννόας τοῦ σημείου ἰσορροπίας τοῦ Nash εἰς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν. Ὡς γνωστὸν ἡ ἐννοία τοῦ σημείου ἰσορροπίας εἶναι ἡ κυριώτερα ἐννοία τῆς θεωρίας τῶν παιγνίων, ὅπου ἡ συνεργασία δὲν ἐπιτρέπεται (non cooperative games) τουλάχιστον καθ' ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς θεωρίας εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν. Ἀντιθέτως, οἱ Shapley καὶ Shubik χρησιμοποιοῦν τὴν ἐννοιαν τοῦ πυρῆνος ὡς «λύσιν» τῶν παιγνίων, ὅπου ἡ συνεργασία ἐπιτρέπεται (cooperative games).

Κατωτέρω ἐξετάζομεν ἐν συντομίᾳ πρῶτον τὴν ἐννοιαν τοῦ σημείου ἰσορροπίας καὶ καὶ δεύτερον τὴν ἐννοιαν τοῦ πυρῆνος, ὡς καὶ τὰς ἐφαρμογὰς τῶν εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν.

Τὸ σημεῖον ἰσορροπίας ὁρίζεται ὡς ἑξῆς :

Ἐστώσαν n παίχται $1, 2, \dots, n$, Σ_i ($i=1, 2, \dots, n$) τὸ σύνολον τῶν στρατηγικῶν τοῦ παίχτου i , καὶ A_i τὸ σύνολον τῶν συναρτήσεων πληρωμῆς τοῦ παίχτου i . Συμβολίζομεν τὸ ἀνωτέρω παίγνιον μὲ

$$[\Sigma_1, \dots, \Sigma_n, A_1, \dots, A_n]$$

Στρατηγικὴ τοῦ ἀνωτέρω παιγνίου καλεῖται κάθε διατεταγμένη n -ας $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ στρατηγικῶν $\sigma_i \in \Sigma_i$, $\sigma_2 \in \Sigma_2, \dots, \sigma_n \in \Sigma_n$. Μία στρατηγικὴ $(\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_n^*)$ καλεῖται **σημεῖον ἰσορροπίας** ἐὰν

$$A_i(\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_{i-1}^*, \sigma_i, \sigma_{i+1}^*, \dots, \sigma_n^*) \leq A_i$$

$$(\sigma_1^*, \sigma_2^*, \dots, \sigma_{i-1}^*, \sigma_i^*, \sigma_{i+1}^*, \dots, \sigma_n^*)$$

$$\forall \sigma_i \in \Sigma_i$$

Με άλλους λόγους τὸ σημεῖον ἰσορροπίας εἶναι εἰς κανὼν συμπεριφομᾶς, τοιοῦτος ὥστε, ἐὰν ὅλοι οἱ παῖκται πλὴν ἑνὸς (ἅς καλέσωμεν τὸν παίκτην αὐτὸν Π) παραμείνουν πιστοὶ εἰς τὸν κανόνα αὐτόν, ὁ παίκτης Π δὲν ἔχει νὰ κάμῃ τίποτε τὸ καλλίτερον παρὰ νὰ συμορφωθῇ καὶ αὐτὸς εἰς τὸν ἐν λόγω κανόνα συμπεριφορᾶς. Ὅπως παρατηροῦν οἱ Shapley καὶ Shubik, ἀλλὰ καὶ ἄλλοι συγγραφεῖς, ἡ ἔννοια τοῦ σημείου ἰσορροπίας δὲν εἶναι ἄγνωστος εἰς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν. Π.χ. αἱ λύσεις, αἱ προταθεῖσαι ὑπὸ τῶν Cournot, Bertrand καὶ Edgeworth συμπίπτουν ἐννοιολογικῶς μετὰ τὸ σημεῖον ἰσορροπίας τοῦ Nash. Οἱ Shapley καὶ Shubik ἀσχολοῦνται μόνον μετὰ τὸ ὑπόδειγμα τοῦ Cournot (δυοπῶλιον) ὡς καὶ μετὰ τὴν γενίκευσίν του (παίγνιον μετὰ n πρόσωπα ὅπου ἡ συνεργασία δὲν ἐπιτρέπεται).

Περισσότερον ἐνδιαφέρον παρουσιάζει ἡ εἰσαγωγή τῆς ἐννοίας τοῦ πυρῆνος (core), δηλαδὴ τοῦ συνόλου τῶν μὴ κυριαρχουμένων ἐπιμερισμῶν, (imputations), εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν. Ὁ «πυρῆν» θεωρεῖται ἀπὸ τοὺς συγγραφεῖς τοῦ ἄρθρου ὡς μία ἔννοια λύσεως τῶν παιγνίων, ὅπου ἡ συνεργασία ἐπιτρέπεται, ἡ ὁποία ὅμως εἶναι διάφορος τῆς ἐννοίας τῆς λύσεως, ὅπως τὴν ὁρίζουν οἱ Neumann καὶ Morgensern. Ὡς γνωστὸν οὔτοι ὁρίζουν τὴν λύσιν ἐνδὸς στοιχειώδους παιγνίου, ὡς τὸ σύνολον τῶν ἐπιμερισμῶν, οἱ ὁποῖοι κυριαρχοῦν ὅλων τῶν ἄλλων, ἀλλὰ δὲν κυριαρχοῦν ὁ εἰς ἐπὶ τοῦ ἄλλου. Κατ' αὐτούς, ἡ λύσις περιγράφει μαθηματικῶς μίαν κοινωνικὴν κατάστασιν (standard of behavior). Δὲν ἐδόθη, ἐξ ὅσων τουλάχιστον ἡμεῖς γνωρίζομεν, μία ἀνάλογος ἐρμηνεία διὰ τὸν «πυρῆνα».

Εἰς ὠρισμένας περιπτώσεις ὅμως, ὅλοι οἱ ἐπιμερισμοὶ ἐνδὸς παιγνίου ἀνήκουν εἰς τὸν πυρῆνα καὶ ὁ πυρῆν ἀποτελεῖ καὶ τὴν μοναδικὴν λύσιν ὅπως τὴν ὁρίζουν οἱ Neumann καὶ Morgenstern. Τοῦτο συμβαίνει εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ διμεροῦς μονοπωλίου (ὑπόδειγμα Edgeworth). Εἶναι εὐκόλῳ νὰ διαπιστώσῃ τις ὅτι ὁλόκληρος ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων τοῦ Edgeworth (Edgeworth contract curve) εἶναι ἡ λύσις συνεργασίας ὅπως ὁρίζεται αὕτη ὑπὸ τῶν προαναφερθέντων. Ἡ καμπύλη τῶν διαπραγματεύσεων ἀποτελεῖ ἐνταῦθα καὶ τὸν πυρῆνα, δεδομένου ὅτι μετὰ δύο μόνον παίκτας δὲν δύνανται νὰ ὑπάρξουν ἐνδιάμεσοι συνασπισμοὶ καὶ ἐπομένως δὲν δύνανται νὰ κυριαρχηθοῦν οἱ ἐπιμερισμοί, οἱ ὁποῖοι εἶναι, ὅταν ἐξετάζονται ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῶν ἐπὶ μέρους παικτῶν, ὀρθολογικοί, ἀλλὰ, συγχρόνως, καὶ ἄριστοι κατὰ τὸν Pareto.

Οἱ Shapley, Shubik καὶ Scarf ἀπέδειξαν ὅτι αὐξανόμενου τοῦ ἀριθμοῦ τῶν παικτῶν ὁ πυρῆν συστέλλεται καὶ τελικῶς τείνει νὰ συμπέσῃ μετὰ τὸ σημεῖον (ἢ τὰ σημεία), τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας (competitive equilibrium point). Ἐπομένως ἐὰν θεωρήσωμεν τὸν πυρῆνα ὡς τὴν ἔννοιαν τῆς λύσεως, τὸ διμερὲς μονοπῶλιον ἔχει ὁλόκληρον τὴν καμπύλην συμφωνίας ὡς λύσιν (ὁ πυρῆν συμπίπτει μετὰ τὴν καμπύλην συμφωνίας)· εἰς δὲ τὴν περίπτωσιν τοῦ τελείου ἀνταγωνισμοῦ ἔχομεν μίαν λύσιν συνισταμένην εἰς μικρὰν περιοχὴν (γειτονίαν) τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἰσορροπίας.

Ἐν συμπεράσματι δύνανται νὰ λεχθῇ ὅτι ἡ ἔννοια τοῦ πυρῆνος ἔχει ὠρισμένα πλεονεκτήματα ἔναντι τῆς ἐννοίας τῆς λύσεως κατὰ Neumann καὶ Morgenstern. Ἐνῶ ἡ λύσις αὕτη συμπίπτει μετὰ τὸν πυρῆνα εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ διμεροῦς μονοπωλίου, τοῦτο δὲν συμβαίνει εἰς τὴν περίπτωσιν ὅπου οἱ παῖκται ὑπερβαίνουν τοὺς δύο. Εἰς τὴν τελευταίαν ταύτην περίπτωσιν αἱ λύσεις Neumann καὶ Morgenstern, ἐφ' ὅσον ὑφίστανται, δυνατόν·

νά είναι περισσότεραι τῆς μιᾶς. Αὐτὸ δημιουργεῖ πολλές δυσχερείας ὅχι μόνον εἰς τὸν ὑπολογισμόν τῶν λύσεων, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἐρμηνείαν αὐτῶν. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς ἡ εἰσαγωγή τῆς ἐννοίας τοῦ πυρήνους ἀποτελεῖ πρόοδον, διότι χωρὶς νὰ προβαίνομεν εἰς ἰδιαιτέρας ὑποθέσεις, ἔχομεν τὴν ἰδίαν ἔννοιαν λύσεως (πυρὴν) τόσον εἰς τὸ διμερὲς μονοπῶλιον, ὅσον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ τελείου ἀνταγωνισμοῦ.

Ἡ εἰσαγωγή ὅμως τῆς ἐννοίας τοῦ πυρήνους εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν παρουσιάζει ἐνδιαφέρον καὶ ἀπὸ ἄλλης ἀπόψεως. Ἡ ἔννοια τῆς λύσεως ἐνὸς ἐπιμερισμοῦ, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀνάλυσιν τείνει νὰ ὑποχωρήσῃ καὶ ἀντ' αὐτῆς χρησιμοποιοῦνται λύσεις πολλῶν ἐπιμερισμῶν («πυρὴν», «λύσις Neumann · Morgenstern»). Εἶναι ἄγνωστον ὅμως ἂν ἡ τάσις αὕτη συνεχισθῇ καὶ εἰς τὸ μέλλον.

Ν. Γιαννακόπουλος